

高雄市立鼓山高中 108 學年度第一學期第三次段考《高一》數學科試題卷

考試範圍：2-3 點與圓的關係~3-3 多項式不等式

____年____班____號 姓名：_____

參考公式： $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

直線 $L: ax + by + c = 0$ 及一點 $P(x_0, y_0)$ ，以符號 $d(P, L)$ 表示點 P 到直線 L 的距離，則 $d(P, L) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

一、觀念是非題：題目敘述正確請填「O」；敘述錯誤請填「X」（每題 3 分，共計 15 分）

- () 1. 過點 $P(-4, 3)$ 與圓 $C: x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$ 相切的直線只有 1 條。
- () 2. 設 $f(x)$ 與 $g(x)$ 皆為 x 的非零多項式，則 $\deg(f(x) \cdot g(x)) = \deg f(x) \cdot \deg g(x)$ 。
- () 3. 三次實係數多項式函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的圖形都是有對稱中心的點對稱圖形。
- () 4. 設 a, b, c 為實數，若二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的圖形與 x 軸沒有交點，則函數值 $f(x) > 0$ 恆成立。
- () 5. 將二次函數 $f(x) = 2x^2$ 的圖形沿著 x 軸向右平移 3 單位，再沿著 y 軸向上平移 2 單位，可得二次函數

$g(x) = 2(x+3)^2 + 2$ 的圖形。

二、單一選擇題（每題 4 分，共計 12 分）

1. 已知二次函數 $f(x) = -x^2 + 2x + 6$ 在 $-1 \leq x \leq 2$ 的範圍內有最大值 M 與最小值 m ，則 $M + m = ?$

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

2. 已知點 $P(4, -6)$ 及圓 $C: (x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$ ，若點 Q 為圓 C 上任意點，則 $\overline{PQ}$ 的最大值為何？

(A) $\sqrt{5}$ (B) $5 - \sqrt{5}$ (C) $2\sqrt{5}$ (D) $5 + \sqrt{5}$

3. 設 $f(x) = x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 11x - 6$ ，試問下列何者不是 $f(x)$ 的一次因式？

(A) $x + 1$

(B) $x - 2$

(C) $x + 2$

(D) $x + 3$

三、填充題（配分詳見配分表，共計60分）

1. 試求多項式 $2x^3 - 5x^2 + 1$ 除以 $x + 2$ 的商式為_____。

2. 試求多項式 $f(x) = (3x + 2)^{2020}$ 除以 $x + 1$ 的餘式為_____。

3. 已知 $f(x) = 5x^6 - 32x^5 + 14x^4 + 8x^3 - 125x^2 + 40x + 49$ ，試求 $f(6) =$ _____。

4. 設 n 次多項式 $f(x)$ 除以 $x - 1$ 得餘式 7，除以 $x - 2$ 得餘式 1，求 $f(x)$ 除以 $(x - 1)(x - 2)$ 的餘式為_____。

5. 設 $f(x)$ 為二次函數，且已知 $f(-2) = f(6)$ ，又 $f(0) = 5$ 、 $f(3) = -4$ ，試求 $f(x)$ 圖形的頂點坐標為_____。

6. 試求點 $(3, -6)$ 到圓 $C: x^2 + y^2 - 5x + 3y - 2 = 0$ 的切線段長為_____.

7. 若直線 $L: x + y + k = 0$ 與圓 $C: x^2 + y^2 = 3$ 有交點，試求實數 k 的範圍為_____.

8. 試求過點 $P(4, 3)$ 與圓 $C: (x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$ 相切的直線方程式為_____.

9. 設二次不等式 $ax^2 + bx - 4 \geq 0$ 的解為 $x \leq -\frac{2}{3}$ 或 $x \geq 1$ ，試求 $(a, b) =$ _____.

10. 設 $f(x) = kx^2 + 2x + k$ ，已知對任意實數 x ，不等式 $f(x) < 0$ 恆成立，試求實數 k 的範圍為_____.

四、混合題型 (共計13分) ※請將計算過程直接填寫在答案卷上

已知三次函數 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 29x - 32$ ，則：

- ① (計算題，需列出詳細計算過程才予以計分，4分)

試利用立方公式或連續綜合除法將 $f(x)$ 化成 $a(x-h)^3 + p(x-h) + k$ 的形式。

- ② (填充題，3分)

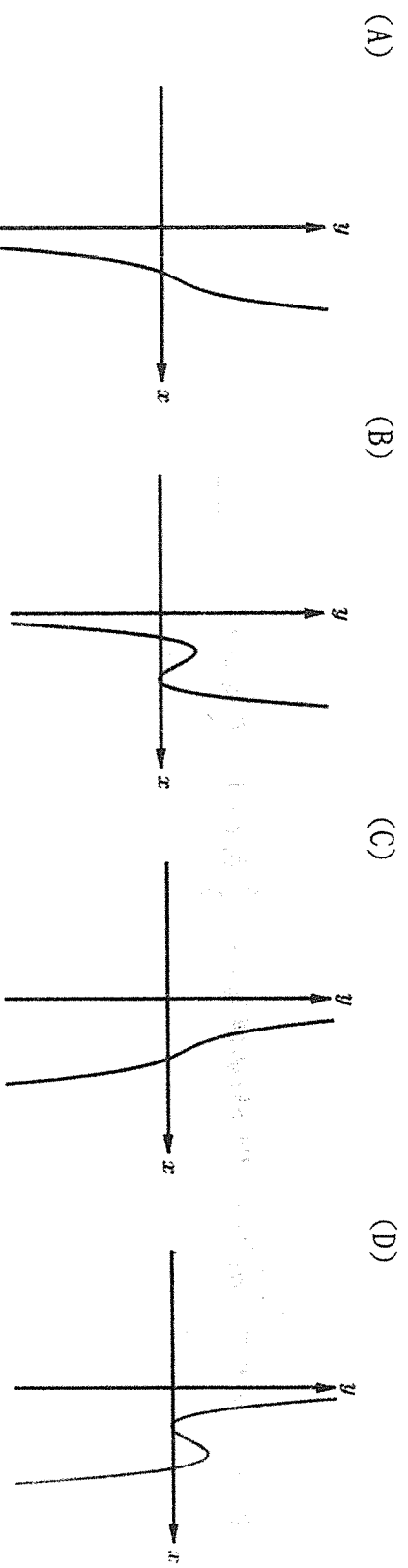
試求 $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為何？

- ③ (填充題，3分)

試求函數 $f(x)$ 在對稱中心附近的一次近似函數 $g(x)$ 為何？

- ④ (單一選擇題，3分)

試問下列何者最接近函數 $f(x)$ 的圖形？



高雄市立鼓山高中 108 學年度第一學期第三次段考《高一》數學科答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、觀念是非題：題目敘述正確請填「O」；敘述錯誤請填「X」（每題 3 分，共計 15 分）

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

二、單一選擇題（每題 4 分，共計 12 分）

1	2	3
---	---	---

三、填充題（配分詳見配分表，共計 60 分）

答對數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	0	8	16	24	30	36	42	48	52	56	60

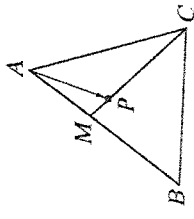
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

四、混合題型(共計 13 分)

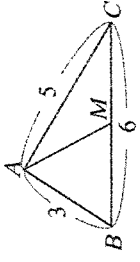
①（計算題，需列出詳細計算過程才予以計分，4 分）	②（填充題，3 分）
	③（填充題，3 分）
	④（單一選擇題，3 分）

一、填充題 (每格 5 分)

1. $\triangle ABC$ 中，點 M 在 $\overline{AB}$ 上且 $\overline{AM} : \overline{BM} = 2 : 3$ ，點 P 在 $\overline{CM}$ 上且 $\overline{CP} : \overline{MP} = 4 : 1$ ，若 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，則數對 $(x, y) = \boxed{\quad\quad}$ 。



2. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{AC} = 5$ ， M 為 $\overline{BC}$ 之中點，則 $\overline{AM} = \boxed{\quad}$ 。



3. $A(-4, 1)$ ， $B(1, 4)$ ， $C(-2, -3)$ ， $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ，則：

(1) D 點坐標為 $\boxed{\quad}$ 。

(2) $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \boxed{\quad}$ 。

(3) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = \boxed{\quad}$ 。

4. 設平面上三點 $A(3, -2)$ ， $B(-1, 1)$ ， $C(5, 4)$ ，則：

(1) $\triangle ABC$ 的面積為 $\boxed{\quad}$ 。

(2) 點 A 至直線 BC 的距離為 $\boxed{\quad}$ 。

(3) $\overrightarrow{AC}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的正射影為 $\boxed{\quad}$ 。

(4) t 為實數， $|t\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ 的最小值為 $\boxed{\quad}$ 。

5. 在坐標平面上， A ， B 的坐標分別為 $(3, 8)$ ， $(4, 9)$ ， P 在直線 AB 上，若 $\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 2$ ，求 P 點的坐標為 $\boxed{\quad}$ 。

6. 兩條直線 $2x + 3y = 4$ 與 $5x + y = 7$ 的夾角為 θ ，試求 $\cos \theta = \boxed{\quad}$ 。

7. $\overrightarrow{a} = (-5, 1)$ ， $\overrightarrow{b} = (1, 1)$ ，則：

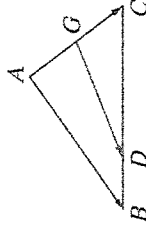
(1) $3\overrightarrow{a} - 2\overrightarrow{b}$ 與 $\overrightarrow{a} + 2\overrightarrow{b}$ 所張成的平行四邊形面積為 $\boxed{\quad}$ 。

(2) $\overrightarrow{a} - t\overrightarrow{b}$ 垂直於直線 $8x + 3y - 2020 = 0$ ，則實數 $t = \boxed{\quad}$ 。

8. 連接兩點 $A(1, 2)$ 和 $B(-2, 1)$ 的線段被直線 $L: x + 2y - 3 = 0$ 分成兩段 $\overline{AP}$ ， $\overline{BP}$ ，則 $\frac{\overline{AP}}{\overline{BP}} = \boxed{\quad}$ 。

9. 已知聯立方程式 $\begin{cases} (1-a)x + 3y = 0 \\ 5x + (3-a)y = 0 \end{cases}$ ，除了 $x = 0$ ， $y = 0$ 外尚有其他解，則 $a = \boxed{\quad}$ 。

10. 如圖， D 在 $\triangle ABC$ 之 $\overline{BC}$ 邊，且 $\overline{CD} = 3\overline{BD}$ ， G 為 $\overline{AC}$ 之中點，若將 $\overrightarrow{GD}$ 向量寫為 $\overrightarrow{GD} = r\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{AC}$ ，其中 r 及 s 為實數，則數對 $(r, s) = \boxed{\quad}$ 。



二、計算題

1. 設實數 x ， y 滿足 $x^2 + 4y^2 = 8$ ，試求 $x - 2y$ 的最大值與最小值，並分別求出發生最大與最小值時 x ， y 的值。(12分)

解：

2. 已知行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 3$ ， $\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix} = 1$ ，試求行列式 $\begin{vmatrix} 2a-3e & 2b \\ 2c-3f & 2d \end{vmatrix}$ 的值。(8分)

解：

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分: _____

一、填充題：每格 5 分，共 80 分

1	2	3(1)	3(2)
3(3)	4(1)	4(2)	4(3)
4(4)	5	6	7(1)
7(2)	8	9	10

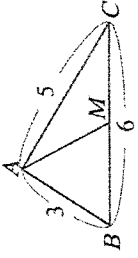
三、計算題

--	--

填充題(第5題(2)(3)為3分，其餘每格5分)

1. 設 $\overrightarrow{AB} : \begin{cases} x=3t-1 \\ y=-2t+3 \end{cases}$, $t \in R$, $\overrightarrow{CD} : \begin{cases} x=s \\ y=1-s \end{cases}$, $s \in R$, 則 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{CD}$ 之交點坐標為 $\boxed{\quad}$ 。

2. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=6$, $\overline{AC}=5$, M 為 $\overline{BC}$ 之中點，則 $\overline{AM} = \boxed{\quad}$ 。



3. $A(-4, 1)$, $B(1, 4)$, $C(-2, -3)$, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, 則：

(1) D 點坐標為 $\boxed{\quad}$ 。

(2) $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \boxed{\quad}$ 。

(3) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = \boxed{\quad}$ 。

4. 設平面上三點 $A(3, -2)$, $B(-1, 1)$, $C(5, 4)$, 則：

(1) $\triangle ABC$ 的面積為 $\boxed{\quad}$ 。

(2) 點 A 至直線 BC 的距離為 $\boxed{\quad}$ 。

(3) $\overrightarrow{AC}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的正射影為 $\boxed{\quad}$ 。

(4) t 為實數， $|t\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ 的最小值為 $\boxed{\quad}$ 。

5. 試求下列行列式的值：

(1) $\begin{vmatrix} 1996 & 1997 \\ 1998 & 1999 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2001 & 4004 \\ 2003 & 4008 \end{vmatrix} = \boxed{\quad}$ 。

(2) $\begin{vmatrix} 111 & -333 \\ 1234 & -3702 \end{vmatrix} = \boxed{\quad}$ 。(3分)

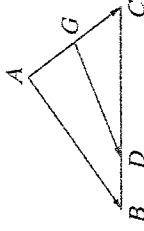
(3) $\begin{vmatrix} \log 3 & \log 9 \\ 13 & 26 \end{vmatrix} = \boxed{\quad}$ 。(3分)

6. 在坐標平面上， A, B 的坐標分別為 $(3, 8)$, $(4, 9)$, P 在直線 AB 上，若 $\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 2$, 求 P 點的坐標為 $\boxed{\quad}$ 。

7. 兩條直線 $2x+3y=4$ 與 $5x+y=7$ 的夾角為 θ , 試求 $\cos \theta = \boxed{\quad}$ 。

8. 已知聯立方程式 $\begin{cases} (1-a)x+3y=0 \\ 5x+(3-a)y=0 \end{cases}$, 除了 $x=0, y=0$ 外尚有其他解，則 $a = \boxed{\quad}$ 。

9. 如圖， D 在 $\triangle ABC$ 之 $\overline{BC}$ 邊，且 $\overline{CD} = 3\overline{BD}$, G 為 $\overline{AC}$ 之中點，若將 $\overrightarrow{GD}$ 向量寫為 $\overrightarrow{GD} = r\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{AC}$, 其中 r 及 s 為實數，則數對 $(r, s) = \boxed{\quad}$ 。



計算題

1. 設實數 x, y 滿足 $x^2+4y^2=8$, 試求 $x-2y$ 的最大值與最小值，並分別求出發生最大值與最小值時 x, y 的值。(12分)
解：

2. 設 $|\overrightarrow{a}| = \sqrt{2}$, $|\overrightarrow{b}| = 3$ 且 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為 135° , 試求下列各值：(12分)

(1) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ 。

(2) $(2\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) \cdot (\overrightarrow{a} - 2\overrightarrow{b})$ 。

(3) $|3\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}|$ 。

解：

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____

一、填充題：（第 5 題(2)(3)為 3 分，其餘每格 5 分）

1	2	3(1)	3(2)
3(3)	4(1)	4(2)	4(3)
4(4)	5(1)	5(2)	5(3)
6	7	8	9

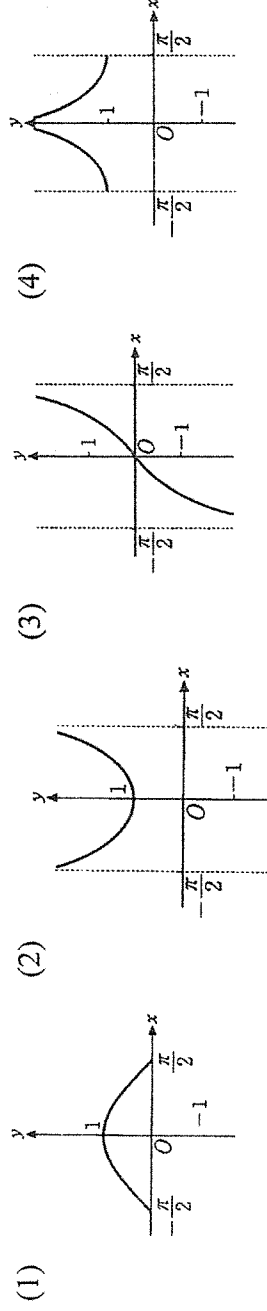
二、計算題

--	--

高雄市立鼓山高中 108 學年度第一學期第三次段考《高三》數學科(自然組)試題卷

一、單選題：

1. 下列各圖形中，哪一個較可能是 $y = \sec x$ 在區間 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上的圖形？



2. 設 $a = \cos 1$ ，選出正確的選項：

- (1) $0 < a < \frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{2} < a < \frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{2}}{2} < a < \frac{\sqrt{3}}{2}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{2} < a < 1$

3. 把函數 $y = \sin x$ 的圖形向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 單位，所得新圖形為下列哪一個函數的圖形？

- (1) $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ (2) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ (3) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ (4) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

4. 下列各數何者最小？

- (1) $\sin 20^\circ + \sqrt{3} \cos 20^\circ$ (2) $\sin 30^\circ + \sqrt{3} \cos 30^\circ$ (3) $\sin 40^\circ + \sqrt{3} \cos 40^\circ$ (4) $\sin 50^\circ + \sqrt{3} \cos 50^\circ$

二、多選題：

1. 關於函數 $f(x) = 3 \cos 2x$ ，選出正確的選項：

- (1) $f(x)$ 的週期為 π
 (2) $-2 \leq f(x) \leq 2$
 (3) $f(x)$ 在 $x = \frac{\pi}{2}$ 時有最大值
 (4) $y = f(x)$ 的圖形對稱於直線 $x = \frac{\pi}{2}$
 (5) $f(2) > 0$

2. 關於函數 $y = f(x) = 4 \sin x - 3 \cos x$ 的圖形，選出正確的選項：

- (1) 週期為 2π
 (2) 振幅為 5
 (3) 與 y 軸的交點為 $(0, -1)$
 (4) 與 x 軸有無限多個交點
 (5) 對稱於 y 軸

三、填充題：

1. 函數 $y = \sin 2x$ 的週期為 a ，函數 $y = \tan x$ 的週期為 b ，則 $(a, b) =$ _____。
2. 若 $y = \sqrt{2} \sin x - \sqrt{6} \cos x$ 的最大值為 M ， $y = \sin x + 3 \cos x$ 的最小值為 m ，則 $(M, m) =$ _____。
3. 設 $0 \leq x < 2\pi$ ，求函數 $y = 2 \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - 3 \sin x$ 的最大值為_____。
4. 方程式 $\cos x = \log_2 x$ 之實數解個數為_____個。
5. 圓 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 25$ 的參數式為_____。
6. 橢圓 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的參數式為_____。
7. 已知正方形的邊平行坐標軸，且內接於橢圓 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ ，則此正方形面積為_____。

高雄市立鼓山高中 108 學年度第一學期第三次段考《高三》數學科(自然組)作答卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單選題：32 % (每題 8 分)

1	2	3	4

二、多選題：20 % (每題 10 分，錯一個選項得 7 分，錯兩個選項得 4 分)

1	2

三、填充題：48 %

1	2	3	4
5	6	7	

填充題配分表

答對題數	1	2	3	4	5	6	7
得 分	10	20	28	36	42	46	48

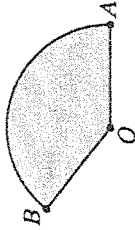
_____ 班 座號：_____ 姓名：_____

一、單選擇題

1. () 下列何者無意義？ (A) $\tan 480^\circ$ (B) $\cot 630^\circ$ (C) $\sec (-90^\circ)$ (D) $\sec 360^\circ$ (E) $\csc 90^\circ$ 。
2. () 已知 $a = \sin 5$, $b = \tan 5$, $c = \sec 5$, 則 (A) $a > c > b$ (B) $b > a > c$ (C) $b > c > a$ (D) $c > a > b$ (E) $c > b > a$ 。
3. () -4 弧度為第幾象限角？ (A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四 (E) 剛好在軸上的角。
4. () 下列選項何者最小？ (A) $\sin 43^\circ$ (B) $\sin 46^\circ$ (C) $\cos 46^\circ$ (D) $\tan 43^\circ$ (E) $\csc 47^\circ$ 。
5. () 半徑為 10 的扇形區域，其面積為 5π ，則此扇形之弧長為何？ (A) 2π (B) π (C) $\frac{3\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{2}$ 。
6. () 設 θ 為銳角，若 $\cos \theta = \frac{24}{25}$ ，則下列何者正確？ (A) $\sec \theta = \frac{7}{25}$ (B) $\tan \theta = \frac{24}{7}$ (C) $\csc \theta = \frac{25}{24}$ (D) $\cot \theta = \frac{24}{7}$ 。
7. () 求 $\sin 60^\circ \cos 150^\circ + \tan 240^\circ \sec 180^\circ$ 的值為何？ (A) $\frac{3}{4} + \sqrt{3}$ (B) $-\frac{3}{4} - \sqrt{3}$ (C) $\frac{3}{4} - \sqrt{3}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{3}{4}$ 。

二、填充題

1. $\sin \frac{\pi}{4} \times \cos \frac{\pi}{4} \times \tan \frac{\pi}{4} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。
2. 若 $\sin \theta$ 與 $\cos \theta$ 為方程式 $5x^2 - 3x + k = 0$ 的兩根，則實數 $k = \underline{\hspace{1cm}}$ 。
3. 如圖，扇形 OAB 的面積為 45，且 AB 之弧長為 15，則此扇形的半徑為 $\underline{\hspace{1cm}}$ 。
4. 已知 $\sin \theta = -\frac{5}{13}$ 且 θ 是第三象限角，求 $\tan \theta + \sec \theta = \underline{\hspace{1cm}}$ 。
5. 試求 $\sin \frac{7\pi}{6} + \tan \left(-\frac{11\pi}{4} \right) = \underline{\hspace{1cm}}$ 。
6. $\sin \frac{\pi}{2} - \cos 3\pi + \tan \frac{5\pi}{6} + \sec \frac{2\pi}{3} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。
7. 題表是一些角度的度度量與弧度量度的對照表，試將其空格填上。



度	12°	()	300°	-210°	()
弧度	()	$\frac{5\pi}{4}$	()	()	-3

8. 已知一扇形面積為 12 平方公分，且弧長為 3 公分，則此扇形的 (1) 半徑為 $\underline{\hspace{1cm}}$ 。

- (2) 圓心角為 $\underline{\hspace{1cm}}$ 。

