

高雄市立鼓山高中 109 學年度第二學期第一次段考《高三》數學科社會組試題卷

考試範圍：數學乙上 2-2，乙下 1-1, 1-2

__6__ 年 __ 班 __ 號 姓名 __

格 數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
得 分	8	16	24	30	36	42	48	54	60	65	70	74	78	82	85	88	91	94	97	100

答案請寫在答案卷上

一. 多重選擇題：(全對算 1 格，錯 1 選項算半格，錯 2 選項 0 分)

- () 下列何者為真？
 (A) $\cot 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (B) $\sec 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\sec 60^\circ = 2$ (D) $\csc 45^\circ = \sqrt{2}$
 (E) $\csc 60^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$
- () 下列何者為真？
 (A) $\cos 20^\circ = \sin 70^\circ$ (B) $1 - \cos^2 20^\circ = \sin^2 20^\circ$ (C) $1 - \tan^2 20^\circ = \sec^2 20^\circ$
 (D) $\tan 20^\circ = \frac{\cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$ (E) $\csc^2 20^\circ - \cot^2 20^\circ = -1$
- () 下列哪些三角函數的週期是 π ？
 (A) $y = \sin 2x$ (B) $y = \cot 2x$ (C) $y = \sec \frac{1}{2}x$ (D) $y = \frac{1}{2} \cos x$ (E) $y = \tan x$
- () 下列各無窮等比數列中，何者是收斂數列？
 (A) $\langle (-3)^n \rangle$ (B) $\langle (-1)^n \rangle$ (C) $\langle (-0.5)^n \rangle$ (D) $\left\langle \left(\frac{9}{10}\right)^n \right\rangle$
 (E) $3, 3, 3, \dots, 3, \dots$

二. 填充題：

- $\csc 210^\circ = \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$ 。
- 若 $\cos \theta = -\frac{4}{5}$ 且 θ 為第二象限角，則 $\cot\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$ 。
- $\frac{\cos(-\theta)}{\sin(90^\circ + \theta)} - \frac{\tan(540^\circ + \theta)}{\cot(630^\circ - \theta)} + \frac{\sin(180^\circ + \theta)}{\sin(180^\circ - \theta)} = \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$ 。
- 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 收斂且滿足 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n + 1}{2a_n - 1} = 3$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$ 。
- 設 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + bn + 4}{n - 2} = 2$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$ 。
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n}{n + 2} = \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$ 。
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3'' + 4''}{5''} = \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$ 。

8. 已知對於每一個正整數 n ，數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $2n-3 < na_n < 2n+10$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$ 【 】。

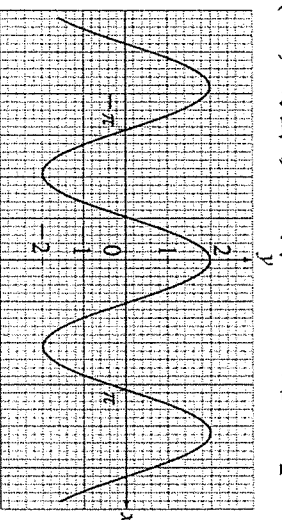
9. 數列 $\langle (2x-1)^n \rangle$ 收斂，試求 x 的範圍為 【 】。

10. 無窮等比級數 $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{n-1}} + \dots$ ，

(1) 若此無窮等比級數的和為 S ，則 $S =$ 【 】。

(2) 若欲使 $|S - S_n| < \frac{1}{1000}$ 成立，則最小正整數 $n =$ 【 】。

11. 設 $a, b > 0$ ，已知題圖是函數 $y = a \cos(bx)$ 的圖形，試求 a, b 之值 = 【 】。

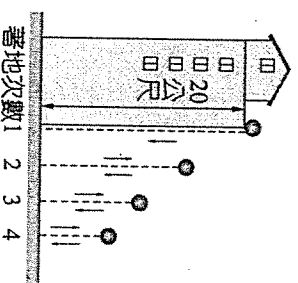


12. 試求數列 $\left\langle \frac{1}{2^n} \right\rangle$ 從第幾項開始，其值會小於 $\frac{1}{10^{20}} =$ 【 】。

13. 試將循環小數 $2.\overline{83}$ 化為分數 = 【 】。

14. 試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{3n-1}{2n} \right) \left(\frac{8n-7}{5n+3} \right) \right) =$ 【 】。

15. 一皮球從 20 公尺的高處垂直落下，皮球著地後彈跳的高度是原來的 $\frac{2}{3}$ ，試問球從落下到靜止，所走過的距離為 【 】 公尺。



高雄市立鼓山高中 109 學年度第二學期第一次段考《高三》數學科社會組答案卷

考試範圍：數學乙上 2-2，乙下 1-1，1-2 6 年 班 號 姓名

格	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
數																				
得	8	16	24	30	36	42	48	54	60	65	70	74	78	82	85	88	91	94	97	100
分																				

一・多重選擇題：(全對算 1 格，錯 1 選項算半格，錯 2 選項 0 分)

1.	2.	3.	4.

二・填充題：

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8.
9.	10. (1)	10. (2)	11.
12.	13.	14.	15.

高雄市立鼓山高中 109 學年度第二學期第一次段考《高三》數學科自然組試題卷

考試範圍：數學甲上 2-3，甲下第一章

__6__ 年 __ 班 __ 號 姓名 __

格	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
數																				
得	8	16	24	30	36	42	48	54	60	65	70	74	78	82	85	88	91	94	97	100
分																				

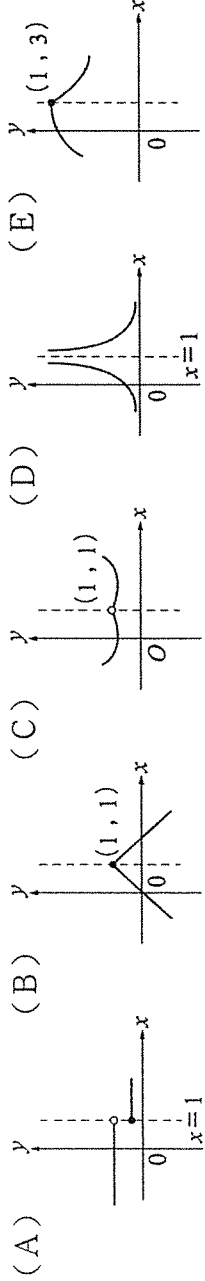
答案請寫在答案卷上

一、單一選擇題：

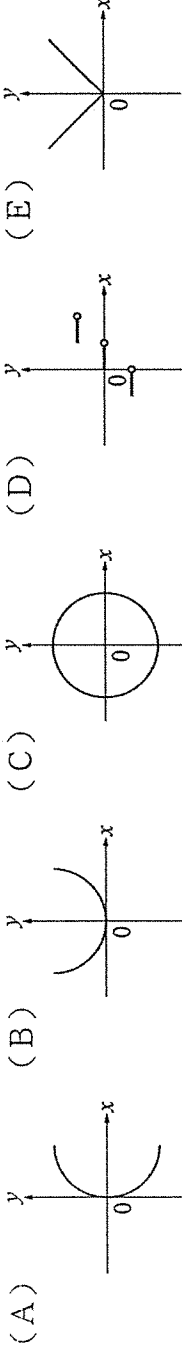
1. () $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ 函數的定義域為何？
 (A) $\{x \mid x \geq 2\}$ (B) $\{x \mid x > 2 \text{ 或 } x < -2\}$ (C) $\{x \mid -2 < x < 2\}$
 (D) $\{x \mid x \neq -2 \text{ 且 } x \neq 2\}$ (E) $\{x \mid x \geq 2 \text{ 或 } x \leq -2\}$ 。

二、多重選擇題：(全對算 1 格，錯 1 選項算半格，錯 2 選項 0 分)

1. () 下列各圖為函數 $y = f(x)$ 的圖形，哪些 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 存在？

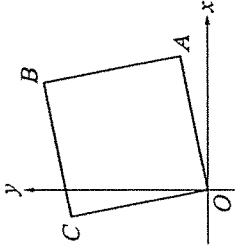


2. 下列各圖形中，何者為函數圖形？



三、填充題：

1. 化簡 $\frac{(\cos 38^\circ + i \sin 38^\circ)(\cos 100^\circ + i \sin 100^\circ)}{\cos 48^\circ + i \sin 48^\circ} = \text{【 } \quad \text{】}$ 。
2. 如圖正方形 $OABC$ ， O 為原點， $A(5, 1)$ ，試求 B 點坐標為 $\text{【 } \quad \text{】}$ 。
3. 試求 $5 - 12i$ 的平方根為 $\text{【 } \quad \text{】}$ 。
4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{2x^2 - x - 1} = \text{【 } \quad \text{】}$ 。
5. 若 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - x - 2} = \frac{4}{3}$ ，則 $a + b = \text{【 } \quad \text{】}$ 。



6. 設函數 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x-2}, & x \neq 2 \\ k, & x=2 \end{cases}$ 在 $x=2$ 處連續，則 $k=$ 【 】。

7. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4+2x} \right) =$ 【 】。

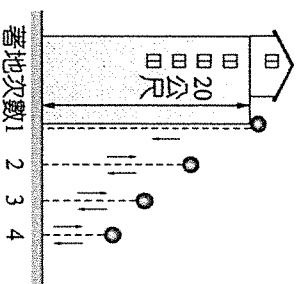
8. 將複數 $-3i$ 化為極式 $=$ 【 】。

9. 令 $\omega = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$ ，求 $(1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega^3)(1-\omega^4) =$ 【 】。

10. $\lim_{x \rightarrow 0} |x| =$ 【 】。

11. 設 $f(x) = x+2$ ， $g(x) = x^2+2$ ，則 $(g \circ f)(1) =$ 【 】。

12. 一皮球從 20 公尺的高處垂直落下，皮球著地後彈跳的高度是原來的 $\frac{2}{3}$ ，試問球從落下到靜止，所走過的距離為【 】公尺。



13. 設 $f(x)$ 為實係數二次多項式函數，其最高次係數為 1，已知 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = -1$ ，試求 $f(x) =$ 【 】。

14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+n}{n+2} =$ 【 】。

15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n+4^n}{5^n} =$ 【 】。

16. 已知對於每一個正整數 n ，數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $2n-3 < na_n < 2n+10$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$ 【 】。

17. 試將循環小數 $2.8\bar{3}$ 化為分數 $=$ 【 】。

高雄市立鼓山高中 109 學年度第二學期第一次段考《高三》數學科自然組答案卷

考試範圍：數學甲上 2-3，甲下第一章 6 年 班 號 姓名

格	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
數																				
得	8	16	24	30	36	42	48	54	60	65	70	74	78	82	85	88	91	94	97	100
分																				

一. 單一選擇題：

1.

二. 多重選擇題：(全對算 1 格,錯 1 選項算半格,錯 2 選項 0 分)

1.

2.

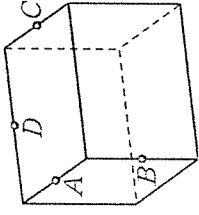
三. 填充題：

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8.
9.	10.	11.	12.
13.	14.	15.	16.
17.			

範圍：數 A 第四冊第一章

一、單選題：

- () 1. 附圖為一正立方體， A, B, C, D 分別為所在的邊之中點，通過 A, B, D 三點的平面與此立方體表面相截，試問此截痕的形狀為？



- () 2. 下列敘述何者錯誤？
 (A) 直角三角形 (B) 鈍角或銳角三角形 (C) 正方形 (D) 非正方形的矩形 (E) 六邊形
 (A) 垂直同一平面之兩相異直線必平行 (B) 垂直同一直線之兩相異平面必平行 (C) 平行同一平面之兩相異平面必平行 (D) 平行同一直線之兩相異直線必平行 (E) 平行同一平面之兩相異直線必平行
 () 3. 已知 $A(3, 4, 3), B(6, 5, 5), C(5, 7, 2)$ 為坐標空間中三點，試問 $\triangle ABC$ 是哪一種三角形？

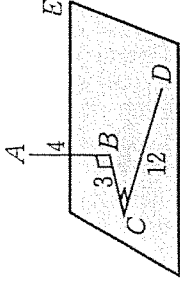
- (A) 銳角三角形 (B) 鈍角三角形 (C) 直角三角形 (D) 正三角形 (E) 等腰三角形

二、多重選擇題：

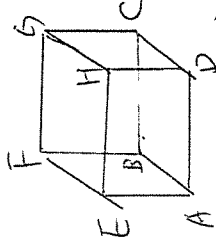
- () 1. 空間中，決定一平面的條件有哪些？
 (A) 相異三點 (B) 一直線與線外的一點 (C) 相交的兩相異直線 (D) 兩平行線 (E) 兩歪斜線
 () 2. 設 $(0, 0, 0), (2, 0, 2\sqrt{2}), (2, 0, 0), (0, 0, 2\sqrt{2})$ 為一正立方體的四個頂點，則下列哪些點也為此正立方體的頂點？
 (A) $(2, \sqrt{2}, \sqrt{2})$ (B) $(\sqrt{2}, 2, \sqrt{2})$ (C) $(0, -\sqrt{2}, \sqrt{2})$ (D) $(2, \sqrt{2}, -\sqrt{2})$ (E) $(2, -\sqrt{2}, \sqrt{2})$

三、填充題：

1. 如附圖，直線 AB 垂直平面 E 於 B 點，在平面 E 上， $\overline{BC} \perp \overline{CD}$ ，已知 $\overline{AB} = 4, \overline{BC} = 3, \overline{CD} = 12$ ，求 $\overline{AD}$ 之長。



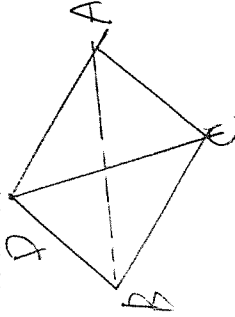
2. 有一長方體，長、寬、高各為 5, 3, 4 單位長， $\overline{AD} = 5, \overline{AB} = 3, \overline{AE} = 4$ ， $\overline{BH}$ 跟 $\overline{CE}$ 的夾角為 θ ， $\theta = ?$



3. 設 $\vec{a} = (3, 2, 1), \vec{b} = (4, 1, -2), \vec{c} = (1, 2, 5)$ ，若 $(\vec{a} + t\vec{b}) \perp \vec{c}$ ，試求實數 t 之值。
 4. 空間中三點 $A(1, 0, -1), B(2, 1, 1), C(3, 1, 2)$ (1) 求 $\overline{AC}$ 在 $\overline{AB}$ 上的正射影？(2) 求 C 在直線 $\overline{AB}$ 的投影點 H (3) 求 $\triangle ABC$ 的重心？ (3) 若 D 與 A, B, C 三點形成平行四邊形 $ABDC$ ，試求 D 的座標？

5. 已知實數 x, y, z 滿足 $3x - y + z = 7$ ，求 (1) $x^2 + \frac{1}{4}y^2 + z^2$ 的最小值？(2) 並求此時 (x, y, z) 的值？
 6. 若 $\overline{OA}$ 與 $\overline{OB}$ 決定的平行四邊形面積為 7，且 $\overline{OP} = s\overline{OA} + t\overline{OB}$ ，其中 $-2 \leq s \leq 1, 0 \leq t \leq 3$ ，則所有 P 點所形成的區域面積為何？
 7. 已知空間中三點 $A(1, -1, 1), B(0, 1, 1), C(2, 1, -1)$ ，求 $(1)\vec{n} \perp \overline{AB}$ 且 $\vec{n} \perp \overline{AC}, |\vec{n}| = 3, \vec{n} = ?$ (2) $\triangle ABC$ 的面積？

8. 由 $\vec{a} = (3, 4, 0), \vec{b} = (-1, -5, 0), \vec{c} = (1, 2, 6)$ 所張開平行六面體的體積？
 9. 空間座標系中一點 $P(a, b, c), a > 0, b > 0, c > 0$ ，若 P 到 y 軸, xy 平面及 xz 平面的距離分別為 5, 4, 3，求 P 點座標？
 10. 如圖之錐體中， $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA} = 2, \overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD} = 5$ ，則底面 ABC 與底面 BCD 所夾的兩面角 θ 的餘弦值為何？



一、單選題：

1	2	3
---	---	---

二、多重選擇題：

1	2
---	---

三、填充題：

1	2	3
4(1)	4(2)	4(3)
4(4)	5(1)	5(2)
6	7(1)	7(2)
8	9	10

考試範圍：數學二 數列與級數、一維數據分析

科目代碼：

座號： 姓名：

注意：1. 請在答案卷上作答才給分

2. 答案要化為最簡式，不能以指數式，如： 2^2 作答。

一、填充題：每格 6 分。

1. 等差數列 $\langle a_n \rangle$ 中，首項 a_1 ，公差 d ，已知 $a_2 + a_5 = 7$ ， $a_4 + a_7 = -13$ ，則數對 $(a_1, d) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 等比數列 $\langle b_n \rangle$ 中，首項 b_1 ，公比 $r > 0$ ，已知 $b_1 + b_2 = -8$ ， $b_3 + b_4 = -32$ ，則數對 $(b_1, r) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 試求下列級數和：

(1) $1 \times 1 + 2 \times 3 + 3 \times 5 + \dots + 29 \times 57 + 30 \times 59 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $11^2 + 12^2 + 13^2 + \dots + 19^2 + 20^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 的每一項均為正數，已知 $a_n^2 = a_{n-1} \times a_{n+1}$ ， $n \geq 2$ ，且 $a_3 = 4$ ， $a_7 = 64$ ，則 $\langle a_n \rangle$ 的前十項和

$S_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 用火柴棒排成城牆上突起的短牆形狀，如圖，有 6 個突起的城牆。



令 a_n 表示“排 n 個突起的城牆”時需要用到的火柴棒數。請寫出數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴式。 $\underline{\hspace{2cm}}$

6. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 的首項 $a_1 = 2$ 且滿足遞迴關係式： $a_n = 3a_{n-1} + 2$ ， $n \geq 2$ ，觀察歸納的規則，試推測一般項

$a_n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(以 n 表示)

7. 如圖是某年三月的月曆，其中黑線所圍的 4 天的日期和為 72，問該年的四月 1 日是星期幾？ $\underline{\hspace{2cm}}$

日	一	二	三	四	五	六

8. 表中的每一橫列由左至右的四個數皆成等差數列且 $c_1 < c_2$ ，每一直行由上而下的四個數皆成等比數列

且公比皆為 r ，則 $d_4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2			
	10		
c_1	c_2	32	
			d_4

9. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，已知 $a_1 - 1, a_2 - 2, a_3 - 3, \dots, a_{21} - 21$ ，共 21 項，此 21 項的和為 462，

則 $a_{11} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、多重選擇題：每題 6 分；答錯 1 個選項得 4 分，答錯 2 個選項得 2 分，答錯 3 個（含）選項以上或未作答得 0 分。

1. () 已知一等差數列共有 59 項，滿足公差 $d > 0$ ，且 $a_{29} + a_{30} + a_{31} = 0$ 且前 n 項和為 S_n ，請選出正確的選項。 (A) $a_{59} > 0$ (B) $a_1 < 0$ (C) $a_{30} = 0$ (D) $S_{58} > 0$ (E) $a_{18} + a_{19} + a_{20} = 0$

2. () 甲、乙、丙三位同學第二次月考的各科成績如表，則下列敘述哪些是正確的？

	國文	英文	數學	物理	化學	生物	歷史	地理
甲	40	45	50	55	60	65	70	75
乙	55	60	65	70	75	80	85	90
丙	65	67	70	72	73	75	78	80

(A) 甲的算術平均數最低 (B) 丙的算術平均數比甲多 15 分 (C) 丙的標準差最小
(D) 乙的標準差比甲大 (E) 乙、丙的中位數相同

3. () 某次段考後，老師將全班的成績依下列公式調整：調整分數 = $\frac{\text{原始分數}}{4} + 55$ 。

已知原始分數都是正整數，每個人調整後的分數都不低於原始分數，而且最高分不得超過 100 分。調整後全班的平均為 65 分，標準差 4 分，但仍有八位同學低於 60 分。下列哪些是正確的？

(A) 學生原始分數的平均為 40 分
(B) 學生原始分數的標準差為 1 分
(C) 有八位同學的原始分數低於 20 分
(D) 原始分數 75 分者，調分後對自己有利
(E) 在這次考試中，原始分數的最高分不大於 73 分

4. () 有一個數列 $\{a_n\}$ ，首 n 項的和 $S_n = n^2 + 2n - 5$ ， n 為正整數，試問下列選項哪些是正確的？

(A) $a_1 = -2$ (B) $a_n = 2n + 1$ ， n 為正整數 (C) $\{a_n\}$ 是等差數列
(D) $a_{20} = 41$ (E) $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{20} = 435$

三、混合題：請在答案卷上作答才給分；(1)每個答案 1 分；(2) 2 分；(3) 10 分。

設數列 $\{a_n\}$ 的遞迴關係式為
$$\begin{cases} a_1 = 0, \\ a_{n+1} = -1 + \frac{4}{3 - a_n} \end{cases} \quad (n \text{ 為正整數})。$$

- (1) 寫出 a_1, a_2, a_3, a_4 的值。
- (2) 猜測一般項 a_n 的公式。
- (3) 使用數學歸納法驗證你的猜測。

考試範圍：數學二 數列與級數、一維數據分析

科目代碼：

座號：

姓名：

注意： 1. 請在答案卷上作答才給分

2. 答案要化為最簡式，不能以指數式，如： 2^2 作答。

一、填充題：每題 6 分。

1. _____ 2. _____

3. (1) _____ 3. (2) _____

4. _____ 5. _____ 6. _____

7. _____ 8. _____ 9. _____

二、多重選擇題：每題 6 分；答錯 1 個選項得 4 分，答錯 2 個選項得 2 分，答錯 3 個（含）選項以上或未作答得 0 分。

1. _____ 2. _____ 3. _____ 4. _____

三、混合題：請在答案卷上作答才給分；(1)每個答案 1 分；(2) 2 分；(3) 10 分。

設數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為
$$\begin{cases} a_1 = 0, \\ a_{n+1} = -1 + \frac{4}{3 - a_n} \end{cases} \quad (n \text{ 為正整數}).$$

(1) 寫出 a_1, a_2, a_3, a_4 的值。

(2) 由(1)的結果來推測一般項 a_n 的公式。

(3) 使用數學歸納法驗證 (2)的推測。

(1)

(3)

(2)

