

年 班 座號： 姓名： _____

一、計算題 請完整寫出計算式 (每小題 5 分)

1. 設函數 $f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & \text{當 } x \geq 1 \\ -x + b, & \text{當 } x < 1 \end{cases}$ ，若 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4$ ，試求數對 (a, b) 。

解：

2. 計算下列各極限：

(1) $\lim_{x \rightarrow 2} ((x^2 + x + 2)(x - 1))$ 。 (2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1}$ 。

解：

3. 計算極限： $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x + 4}{x^3 + x + 1}$ 。

解：

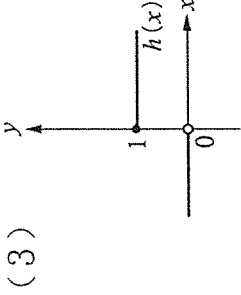
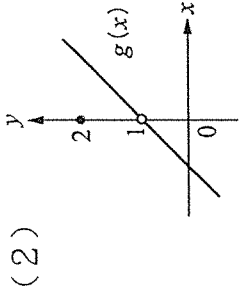
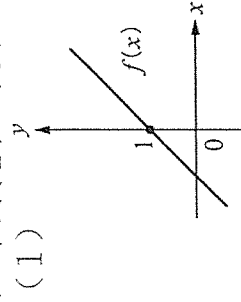
4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$ 。

解：

5. 設 a, b 皆為實數且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x - 1} = 5$ ，試求數對 (a, b) 。

解：

6. 下列(1)~(3)各表示不同的函數圖形，試利用連續函數的定義，判斷哪些函數在 $x=0$ 是連續的？



解：

7. 設 a, b 皆為實數且 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 + ax + b} = \frac{5}{7}$ ，試求數對 (a, b) 。

解：

8. 試求函數 $f(x) = \frac{x-3}{(x-1)(x+2)}$ 的定義域。

解：

9. 若函數 $f(x)$ 滿足 $\sqrt{5-2x^2} \leq f(x) \leq \sqrt{5-x^2}$ ，試求 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 。

解：

10. 設 a, b 皆為實數且 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+ax+b}{x^2-5x+6} = -6$ ，試求數對 (a, b) 。

解：

11. 設函數 $f(x) = \begin{cases} 5, & \text{當 } |x| > 7 \\ 0, & \text{當 } x = 0 \\ 1, & \text{當 } 0 < |x| < 7 \end{cases}$ ，試求：

(1) $f(\sqrt{3})$ 。 (2) $f(-61)$ 。 (3) $f(0)$ 。

解：

12. 已知 $f(x) = x \cdot 2^x$ 為連續函數，試求正整數 k 值，使得在 k 與 $k+1$ 之間有一個實數 c 滿足 $f(c) = 2^{21}$ 。

解：

13. 設 $a, b \in \mathbb{R}$ ，若 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2+ax+b}{2x^2-5x+2} = \frac{8}{3}$ ，則數對 $(a, b) = ?$

解：

14. 設函數 $y=f(x) = \frac{3x+2}{x+1}$ ， $x \neq -1$ ，試求 $f(x)$ 的值域。

解：

15. 設 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 3$ 且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x-1)^2} = 4$ ，試求序組 (a, b, c) 。

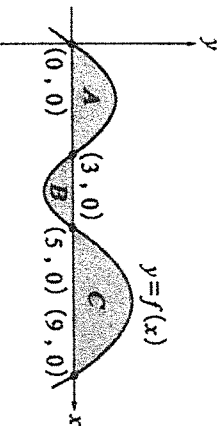
解：

109 學年度鼓山高中高三自然組數學 第二次段考 題目卷

【答案請清楚寫在答案卷上】

1. 函數 $f(x) = 3x^2 + x + 1$ 在 $x=3$ 處之導數 $f'(3) = [\quad]$ 。
2. $f(x) = (x^2 - 3x + 1)(x^2 + 3x + 5)$ ，求 $f'(1) = [\quad]$ 。
3. 已知點 $P(-1, 6)$ 在三次函數 $f(x) = x^3 - 5x + 2$ 的圖形上，求以 P 點為切點的切線方程式為 $[\quad]$ 。
4. 設 $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx - 5$ 在 $2 \leq x \leq 5$ 時為遞減，在 $x \geq 5$ 或 $x \leq 2$ 時為遞增，則數對 (a, b) 為 $[\quad]$ 。
5. 設 $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 6$ ，若 $x = \alpha$ 時， $f(x)$ 有極大值 β ，試求數對 $(\alpha, \beta) = [\quad]$ 。
6. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 於 $x = -1$ 時有極大值 7， $x = 3$ 時有極小值，則序組 $(a, b, c) = [\quad]$ 。
7. 設 $f(x) = x^3 - 12x + 2$ ，當 $-3 \leq x \leq 5$ 時， $f(x)$ 最大值為 M ，最小值為 N ，試求數對 $(M, N) = [\quad]$ 。
8. 三次曲線 $y = 2x^3 - 6x^2 + 7x - 5$ 的反曲點為 $[\quad]$ 。
9. 若三次實係數方程式 $x^3 - 3x^2 + k = 0$ 有三相異實根，則 k 之範圍為 $[\quad]$ 。

10. () (多重選擇題) 已知多項式函數 $f(x)$ 的圖形與 x 軸交於 $(0, 0)$ 、 $(3, 0)$ 、 $(5, 0)$ 、 $(9, 0)$ ，且與 x 軸圍成三個區域 A 、 B 、 C ，如圖所示。且 A 、 B 、 C 三個區域的面積分別為 4 、 3 、 5 ，試問下列哪些選項是正確的？



- (A) $\int_3^5 f(x) dx = 3$ (B) $\int_0^9 f(x) dx = 12$ (C) $\int_0^9 |f(x)| dx = 12$ (D) $\int_0^5 2f(x) dx = 2$ (E) $\int_0^9 (f(x) + 2) dx = 24$ 。
11. $\int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx = [\quad]$ 。

12. 求 $\int_0^3 (x^2 - 2x - 6) dx = [\quad]$ 。

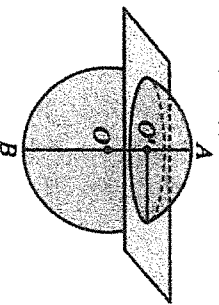
13. $\int_{-2}^0 (x+1)(x-2) dx = [\quad]$ 。

14. 曲線 $y = x^3 + x^2 - 2x$ 與 x 軸所圍區域的面積為 $[\quad]$ 。

15. 試求兩函數 $f(x) = x^2 - 2x - 2$ 與 $g(x) = -3x^3 + x^2 + 10x - 2$ 的圖形所圍成區域的面積為 $[\quad]$ 。

16. 試求二次函數 $y = x^2$ 的圖形與直線 $x = 1$ 、 $x = 2$ 及 x 軸圍成的區域繞 x 軸旋轉所成的旋轉體體積為 $[\quad]$ 。

17. 一個平面與球相交於一圓，則此平面將此球分成兩個部分，每一個部分都叫做球冠。平面與球相交於一圓，此圓叫球冠的底。垂直於平面的直徑，被平面分成兩個線段，每個線段都叫球冠的高。如圖所示： $\overline{AO'}$ 為上球冠的高， $\overline{BO'}$ 為下球冠的高。若 $\overline{AO'} : \overline{BO'} = 1 : 3$ ，試求上球冠與下球冠的體積比為 $[\quad]$ 。



109 學年度鼓山高中高三自然組數學 第二次段考 答案卷

班級： 座號： 姓名： 得分：

配分表

格 數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
得 分	8	16	24	32	40	46	52	58	64	70	76	80	84	88	92	96	100

答案欄

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8.
9.	10	11.	12.
13.	14.	15.	16.
17.			

*務必把答案寫在答案卷上,否則不予計分

一.單選題

1. 袋子裡有 3 顆白球，2 顆黑球。由甲、乙、丙三人依序各抽取 1 顆球，抽取後不放回。若每顆球被取出的機會相等，請問在甲和乙抽到相同顏色球的條件下，丙抽到白球之條件機率為何？

- (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{5}{12}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{3}{5}$ (5) $\frac{2}{3}$

2. 平面 $ax+by+cz=3$ 上有兩點 $(2, 3, -1)$, $(5, -2, 3)$ ，求 $3a-5b+4c$ 的值。

- (1) 0 (2) 3 (3) 1 (4) 12 (5) 6

3. 某零售商店販賣「熊大」與「皮卡丘」兩種玩偶，其進貨來源有 A, B, C 三家廠商。已知此零售商店從每家廠商進貨的玩偶總數相同，且三家廠商製作的每一種玩偶外觀也一樣，而從 A, B, C 這三家廠商進貨的玩偶中，「皮卡丘」所占的比例分別為 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{2}{5}$ 、 $\frac{1}{2}$ 。阿德從這家零售商店隨機挑選一隻「皮卡丘」送給小安作為生日禮物，試問此「皮卡丘」出自 C 廠商的機率為何？

- (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{10}{23}$ (4) $\frac{10}{19}$ (5) $\frac{5}{9}$

二.多重選擇題(至少有一個正確答案)

4. 空間中，下列哪些圖形會與直線 $L: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{3}$ 有交點？

(1) $x-2y+3z=1$

(2) $x-y-z=6$

$$\begin{cases} x = -1 + 3t, \\ y = 6 + 3t, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 + 3t, \\ y = 6 + 3t, \\ z = -9 + t, \end{cases} \quad t \text{ 為實數} \quad (3)$$

$$z = -3 + 3t, \quad 2 \leq t \leq 3 \quad (4)$$

$$\frac{x}{3} - \frac{y}{-1} = \frac{z-6}{2} \quad (5)$$

5. 設空間中三條直線 L_1, L_2, L_3 的方程式分別為

$$L_1: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{6} = \frac{z+4}{8}, \quad L_2: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+4}{4}, \quad L_3: \frac{x}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}.$$

試問下列哪些選項是正確的？

(1) L_1 與 L_2 相交

(2) L_2 與 L_3 平行

(3) 點 $P(0, -3, -4)$ 與 $Q(0, 0, 0)$ 的距離為點 P 到 L_3 的最短距離

(4) 直線 $\begin{cases} x=0 \\ y+3=z+4 \end{cases}$ 與直線 L_1, L_2 皆垂直

(5) 三直線 L_1, L_2, L_3 共平面

6. 袋中有 12 個相同的球，編上號碼 1 到 12 號，每球被取到的機會相等。今自袋中任取一球，若 A 表示取到球號為奇數的事件， B 表示取到球號為偶數的事件， C 表示取到球號為 3 的倍數的事件，則下列哪些選項正確？

(1) A, B 為獨立事件

(2) A, B 為互斥事件

(3) B, C 為獨立事件

(4) A, C 為獨立事件

(5) A, C 為互斥事件

7. 坐標空間中，設直線 $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{-1}$ ，平面 $E_1: 2x-3y-z=0$ ，平面 $E_2: x+y-z=0$ 。試選出正確的選項。

(1) 點 $(3, 0, -1)$ 在直線 L 上

(2) 點 $(1, 2, 3)$ 在平面 E_1 上

(3) 直線 L 與平面 E_1 垂直

(4) 直線 L 在平面 E_2 上

(5) 平面 E_1 與 E_2 交於一直線

三. 填充題

8. 已知平面 E 通過點 $(1, 2, -3)$ ，而且 E 垂直平面 $x+2y-z+3=0$ 與平面 $2x-y+z-1=0$ ，則平面 E 的方程式為： $x-\textcircled{8}y-\textcircled{9}z=\textcircled{10}\textcircled{11}$

9. 設空間中有兩點 $A(1, 2, -3)$, $B(-5, -1, 0)$, 平面 E 的方程式為 $x + y - 2z + 3 = 0$, 若 $\overline{AB}$ 交 E 於 C 點, 試求 $\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \underline{\textcircled{12}}$

10. 設平面 $E: x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z = 1$, 求平面 E 與 xy 平面之鈍夾角為 ⑬⑭⑮度

11. $L_1: \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+3}{-2}$ 與 $L_2: \frac{x-2}{-3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{1}$ 為兩歪斜線。試求：
(1) 直線 L_1 與 L_2 的距離 = ⑯

- (2) 公垂線 L 的比例式: $\frac{x+3}{2} = \frac{y-17}{18} = \frac{z-19}{20}$

12. 若空間中通過點 $A(0, 1, 2)$, $B(3, -1, 1)$, 且與直線 $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$ 平行的平面方程式為 $ax + by + cz + 3 = 0$, 則 $a + b + c = \underline{\textcircled{21}}$

13. 若直線 $L_1: \frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{a} = \frac{z-3}{-2}$ 與直線 $L_2: \frac{x+b}{1} = \frac{y-8}{2} = \frac{z-11}{3}$ 垂直, 則 $a + b = \underline{\textcircled{22}}\underline{\textcircled{23}}\underline{\textcircled{24}}$

14. 設空間中有一個金字塔形狀的立體圖形, 其中每個稜長都相等, 底面 $ABCD$ 落在 xy 平面上, 其中 $A(2, 0, 0)$, $C(0, 2, 0)$, $D(0, 0, 0)$ 且 E 點在 xy 平面上方, 試求下列各小題:
(1) A 點到平面 BCE 的距離。 $\frac{25\sqrt{26}}{27}$

14. (2) D 點到直線 BE 的距離。②⑧

15. 設 A, B 為兩事件, $P(A)=0.4, P(A \cup B)=0.7$, 試回答下列問題:

(1) 若 A 與 B 為互斥事件, $P(B)=\underline{0.29}$ 。

(2) 若 A 與 B 為獨立事件, $P(B)=\underline{0.30}$

四.混合題

16. 高空跳傘 (skydiving) 被列為極限運動之一, 人體除了必須承受高度的恐懼, 氣壓帶來的壓力, 全程體驗從起飛, 自由落體階段到開傘降落的時間大約 30 分鐘, 刺激指數與體驗價格雖高, 卻也在近幾年讓許多熱愛挑戰的旅人趨之若鶩。一天小南進行高空跳傘, 在空中 $(8, -16, 36)$ 處打開跳傘, 沿 $(1, 2, -2)$ 方向, 以每秒 6 單位的速度緩緩等速直線降落。

(1) 小南在幾秒時會抵達地面 (xy 平面) ①⑥-1)?

(1) 6 秒 (2) 9 秒 (3) 12 秒 (4) 15 秒 (5) 18 秒

(2) 承上題, 求抵達地面時的坐標。①⑥-2

高雄市立鼓山高中 109 學年度第二學期第二次段考《高一》數學科試題卷

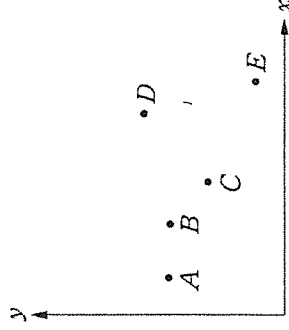
考試範圍：翰林版第二冊 3-2 二維數據分析~4-3 組合

____年____班____號 姓名：_____。

※ 請將答案直接填入答案卷 ※

一、單一選擇題（每題 3 分，共計 6 分）

1. 右圖有兩個變量 x 、 y 的 5 對資料點，試問去掉下列哪一個點，會使它們的相關性更強？



- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

2. 桌上有一枝鋼筆、一枝鉛筆、一個橡皮擦、一把尺與一個鉛筆盒等 5 種文具，如果任意分給 4 位小朋友，

可能有人全拿，也可能有人沒有分到，試問共有多少種分法？

- (A) 16 (B) 20 (C) 25 (D) 625 (E) 1024 種

二、多重選擇題（每題 6 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上得 0 分，共計 18 分）

1. 若有 n 筆 (x_i, y_i) 的資料相關係數為 r ，下列敘述哪些為真？

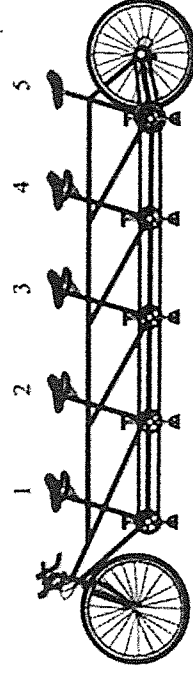
- (A) 當 r 值越大，則兩變量的相關程度也越強
(B) 當 $r=1$ ，則散布圖上所有點在同一直線上
(C) 當 $r=0$ ，則散布圖上所有點必成一圓形
(D) 當 $r=-1$ ，則表示 x 、 y 無關
(E) 當 $r=-1$ ，則無法由 x 的值來預測 y 的值

2. 調查 10 位同學的身高 x (公分) 與體重 y (公斤)，並將其繪製成散布圖，其相關係數為 r ，下列哪些選項是正確的？

- (A) 相關係數 r 必滿足 $-1 \leq r \leq 1$
(B) 若將每位同學的身高與體重分別標準化之後，則其相關係數為 1
(C) 若身高的單位改為公尺，則相關係數不變
(D) 若每位同學的身高 x (公分) 與體重 y (公斤) 皆滿足 $y = 0.5x - 19$ ，則其相關係數為 0.5
(E) 若身高的單位改為公尺，則最適直線方程式的斜率不變

3. 有小愛、小鼓、小山、小高、小中五位同學去騎五人座的協力車，下列哪些選項是正確的？

- (A) 五人搭乘的方法有 120 種
(B) 小愛坐 1 號位的搭乘方法有 24 種
(C) 小鼓、小山坐相鄰位置的搭乘方法有 24 種
(D) 小鼓坐在小山前方(不一定相鄰)的搭乘方法有 60 種
(E) 小高、小中皆不坐在 1 號或 5 號位的搭乘方法有 78 種



三、填充題 (配分詳見配分表，共計 64 分) ※ 答案請化至最簡，不能以階乘! 或是指數型態(如 2^3) 表示 ※

1. 若 $C_{2-r}^{10} = C_{3r-6}^{10}$ ，試求 r 值。

2. 若 $C_{n-1}^n + C_2^n = 36$ ，試求 n 值。

3. 一組二維數據如右表，已知其最適直線方程式為 $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ ，試求 k 值。

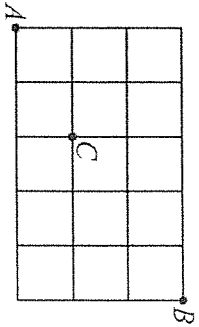
x	6	8	k	7
y	3	4	7	6

4. 試求 $(3x - 2y)^5$ 展開後， x^2y^3 項的係數。

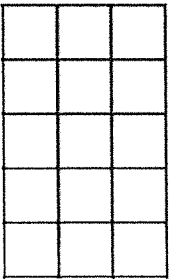
5. 歌手林俊傑在他著名的一首歌〈江南〉中，亦發現大量使用疊字的手法，「圈 圈 圓 圓 圈 圈 天 天 年 年 天 天」，若將這 12 個字任意排列，試問有多少種排列方法？

6. 從 1 到 300 的正整數中，試問不是 5 的倍數也不是 7 的倍數共有多少個？

7. 如右圖的棋盤街道，由 A 點走最短路徑到 B 點，且不經過 C 點，試問共有多少條不同的路線？



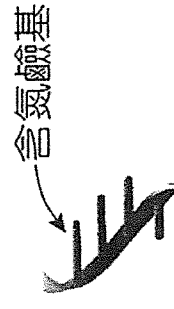
8. 右圖中每個小格都是正方形，試問圖中共有多少個矩形？



9. 將 8 本不同的書，依一堆 3 本、一堆 3 本、一堆 2 本的方式分成三堆，試問共有多少種分法？

10. 從 0,1,2,3,4,5 等 6 個數中，任選 4 個排成四位數 $abcd$ ，若滿足 $a < b < c < d$ ，試問這樣排列出的四位數有多少個？
11. 從 0,1,2,3,4,5 等 6 個數中，任選 4 個排成四位數 $abcd$ ，若數字不可重複，試問排列出的四位數有多少個是偶數？
12. 若 9 個人排成一列，其中甲乙兩人之間要站 2 個人，乙丙之間也要站 2 個人，試問有多少種排列方式？
13. 有 60 人參加數學競賽，競賽題目有 A, B, C 三題，答對 A 題者有 30 人，答對 B 題者有 28 人，答對 C 題者有 26 人，答對 A, B 兩題者有 14 人，答對 B, C 兩題者有 12 人，答對 A, C 兩題者有 10 人，三題都答對者有 6 人，試問三題均答錯者有多少人？

14. 生物體的基因所帶的遺傳訊息是以含氮鹼基序列的型式記載於 DNA 分子中，每一個含氮鹼基



都有 A, G, C, T 四種可能。某細胞進行 DNA 複製時分離出的單股 DNA 片段，該單股 DNA 片段

上有 4 個含氮鹼基，已知至少有一個鹼基是 G，且至少有一個鹼基是 T，試求該單股 DNA

片段最多有多少種不同的鹼基序列？

15. 一場車禍肇事者逃逸，警方根據目擊證人提供的車牌號碼的兩個線索如下：

① 號碼為 AB-XXXI，其中「XXX」代表 0~9 的數字

② 其中四個數字中恰有兩個數字相同

試問根據此二線索，警方最多要清查多少台車輛？

16. 已知小鼓、小山、小高、小中四人各有一頂不同的帽子，除了小鼓之外，另三人皆記得自己的帽子；重新混合後，依序由小鼓、小山、小高、小中去取回一頂帽子。小鼓任取一頂帽子，另三人若自己的帽子已被取走，方可任取其餘帽子中的一頂，試求四人取帽子的方法數。

四、混合題（共計 12 分）※請將計算過程直接填寫在答案卷上※

第 1 至 2 題為題組

某國際服飾品牌計畫在 A、B、C、D、E、F 六個城市設立門市。成立之初，準備在六個城市共設立 15 間分店，每個城市至少有兩家分店；為使各家分店之間能夠迅速調貨，要求在不同城市中，任意兩家分店之間必須設置一條快速路線；同城市的分店之間則不須設置快速路線。假設初期規劃 15 間分店的分布如下表：

城市	A	B	C	D	E	F
分店數	3	3	2	2	2	3

1. 試問 A 城市中每家分店需要幾條快速路線？（單選題，3 分）

(A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 24 (E) 36

2. 因業績良好，總公司打算展店，並計畫在六個城市共設立 21 間分店，每個城市至少有三家分店；

試問最少需要幾條快速路線？（非選擇題，9 分）

參考公式：

1. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

$$\text{算數平均數 } \mu_x = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n),$$

$$\text{標準差 } \sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_x)^2 + (x_2 - \mu_x)^2 + \dots + (x_n - \mu_x)^2]} = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_x^2]}$$

2. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

$$\text{相關係數 } r_{x,y} = \frac{(x_1 - \mu_x)(y_1 - \mu_y) + (x_2 - \mu_x)(y_2 - \mu_y) + \dots + (x_n - \mu_x)(y_n - \mu_y)}{n\sigma_x\sigma_y},$$

$$\text{迴歸直線(最適合直線)方程式 } y - \mu_y = r_{x,y} \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \mu_x)$$

高雄市立鼓山高中 109 學年度第二學期第二次段考《高一》數學科答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單一選擇題（每題 3 分，共計 6 分）

1	2
---	---

二、多重選擇題（每題 6 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上得 0 分，共計 18 分）

1	2	3
---	---	---

三、填充題（配分詳見配分表，共計 64 分）※ 答案請化至最簡，不能以階乘！或是指數型態（如 2^3 ）表示 ※

答對數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	0	6	12	18	22	26	30	34	38	42	46	50	54	58	60	62	64

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8.
9.	10.	11.	12.
13.	14.	15.	16.

四、混合題（共計 12 分）

1. (單選題，3 分)	
2. (非選擇題，需列出計算過程才予以計分，9 分)	

