

高雄市立鼓山高中 110 學年度第一學期第二次段考《高一》數學科試題卷

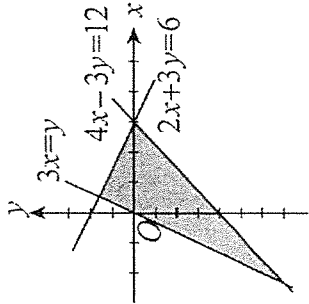
考試範圍：數學一第 4 單元對數-第 7 單元

格 數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
得 分	8	16	24	30	36	42	48	54	60	65	70	74	78	81	84	87	90

答案請寫在答案卷上

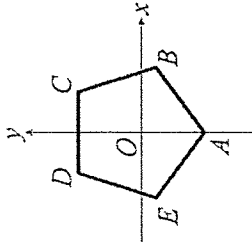
一. 單選題：

1. 試問圖中鋪色部分（包含邊界）為下列哪一個不等式組的解？



- (A) $\begin{cases} 3x \geq y \\ 4x-3y \geq 12 \\ 2x+3y \leq 6 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} 3x \geq y \\ 4x-3y \leq 12 \\ 2x+3y \leq 6 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} 3x \leq y \\ 4x-3y \geq 12 \\ 2x+3y \geq 6 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 3x \leq y \\ 4x-3y \geq 12 \\ 2x+3y \leq 6 \end{cases}$ (E) $\begin{cases} 3x \leq y \\ 4x-3y \leq 12 \\ 2x+3y \geq 6 \end{cases}$

2. $ABCDE$ 是坐標平面上的正五邊形，如圖所示，其中 $\overline{CD}$ 平行 x 軸。則下列各線段中，哪一個的斜率最小？



- (A) $\overline{AB}$ (B) $\overline{BC}$ (C) $\overline{CD}$ (D) $\overline{DE}$ (E) $\overline{EA}$

二. 多重選擇題：（全對算 1 格，錯 1 選項算半格，錯 2 選項 0 分）

1. 關於直線 $3x + y - 4 = 0$ 的敘述，下列何者正確？

- (A) 過點 $(2, 2)$ (B) 斜率為 $-\frac{4}{3}$ (C) x 截距為 $\frac{4}{3}$ (D) 與 x, y 軸所圍三角形面積為 $\frac{8}{3}$
(E) $(0, 0)$ 在直線的右上方

2. 已知方程式 $C: x^2 + y^2 + 2x - 6y + k = 0$ ，當 k 為下列哪些值時， C 的圖形表一個圓？

- (A) 0 (B) 4 (C) 8 (D) 10 (E) 14

三. 填充題：〔直線方程式的答案請以 $ax + by + c = 0$ 的形式表示〕

1. 化簡 $\log 100 + \log \sqrt{10} - \log \frac{1}{1000} = ?$

2. 設 $a = \log 11$ ，則 $1000^a = ?$

3. 將直線 $x - 3y + 2 = 0$ 往右平移 1 個單位，再向下平移 2 個單位，求平移後的直線方程式。
4. 已知 $A(-2, -3)$ ，直線 $L: -2x + y + 1 = 0$ ，求過 A 且與 L 垂直的直線方程式。
5. 已知圓 $C: x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$ 與直線 $L: 2x - y + 4 = 0$ 交於 A, B 兩相異點，試求 $\overline{AB}$ 的長為_____。
6. 設兩直線 $L_1: x + 2y + 3t = 0$ 與 $L_2: (3-t)x + (t-1)y + 3 = 0$ 。已知兩直線平行，求 t 的值。
7. 設 $A(-2, 1), B(4, -5)$ 為坐標平面上兩定點，則以線段 $\overline{AB}$ 為直徑的圓方程式為何？
8. 已知圓 $C: x^2 + y^2 + 6x + 6y + 10 = 0$ 與直線 $L: x + y + k = 0$ 有交點，則實數 k 的範圍為何？
9. 已知圓 $C: x^2 + y^2 + 4x + 2ky + 13 = 0$ 的半徑為 4，求實數 k 的值。
10. 直線 $L: y = kx + 4$ 與圓 $C: x^2 + y^2 = 4$ 相切，則 $k = ?$
11. 已知點 $P(-2, 1)$ 到直線 $L: 12x - 5y + k = 0$ 的距離為 2，求 k 的值。
12. 若 $P(x, y)$ 在圓 $C: (x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 4$ 上，且 $A(1, -2)$ ，求 $\overline{AP}$ 的最小值為何？
13. 平面上過點 $A(4, 5)$ 且與圓 $C: (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 1$ 相切的直線方程式為何？(二解)

四. 混合題: (共 10 分)

1. 已知 $\log 2 \approx 0.301$ 。
 - (1) 2^{100} 可表示為下列何者？(單選題) (A) $2^{100 \times \log 2}$ (B) $10^{2 \times \log 2}$ (C) $2^{2 \times \log 100}$ (D) $10^{100 \times \log 2}$ (E) $2^{10 \times \log 2}$ (4 分)
 - (2) 問 $2^{100} - 1$ 是幾位數？(非選擇題) (6 分)

高雄市立鼓山高中 110 學年度第一學期第二次段考《高一》數學科答案卷

考試範圍：數學一第 4 單元對數~第 7 單元 4 年 班 號 姓名

格	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
數																	
得	8	16	24	30	36	42	48	54	60	65	70	74	78	81	84	87	90
分																	

一.單選題：

1.	2.
----	----

二.多重選擇題：(全對算 1 格,錯 1 選項算半格,錯 2 選項 0 分)

1.	2.
----	----

三.填充題：(直線方程式的答案請以 $ax + by + c = 0$ 的形式表示)

1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.		

四.混合題：(共 10 分)

1.

高雄市立鼓山高中 110 學年度第一學期第二次段考《高二》數學科試題卷

考試範圍：第三冊數 A 2-1 指數函數及其圖形~2-4 指數與對數函數的應用

適用班級：501~507

____年____班____號 姓名：_____

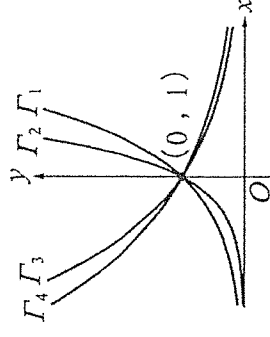
注意事項：1. 請將答案直接填入答案卷，否則不予計分

2. 可能用到的數值 $\log 2 \approx 0.3010$ 、 $\log 3 \approx 0.4771$ 、 $\log 5 \approx 0.6990$ 、 $\log 7 \approx 0.8451$

一、多重選擇題（每題 6 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分，其餘 0 分，共計 24 分）

1. 右圖 4 個曲線 Γ_1 、 Γ_2 、 Γ_3 、 Γ_4 分別為函數 $y = a^x$ 、 $y = b^x$ 、 $y = c^x$ 、 $y = d^x$ 的圖形，請選出正確的選項：

- (A) $a > 1$
- (B) $c > 1$
- (C) $a > b$
- (D) $b > c$
- (E) $c > d$



2. 考慮坐標平面上滿足 $5^x = 7^y$ 的點 $P(x, y)$ ，試問下列哪些選項是正確的？

- (A) $(0, 0)$ 是一個可能的 P 點
- (B) $(1, \frac{\log 5}{\log 7})$ 是一個可能的 P 點
- (C) $(\log 5, \log 7)$ 是一個可能的 P 點
- (D) 點 $P(x, y)$ 滿足 $xy \geq 0$
- (E) 所有可能的點 $P(x, y)$ 構成的圖形為一直線

3. 設 $a > 0$ ，下列關於指數函數 $y = a^x$ 與對數函數 $y = \log_a x$ 的圖形描述，試問哪些是正確的？

- (A) $y = a^x$ 與 $y = \log_a x$ 的函數圖形不會有交點
- (B) $y = a^x$ 與 $y = \log_a x$ 的函數圖形都是凹口向上
- (C) $y = a^x$ 與 $y = \log_a x$ 的函數圖形對稱於直線 $y = x$
- (D) $y = a^x$ 與 $y = \log_a x$ 的函數圖形都是由左而右逐漸上升
- (E) $y = a^x$ 與 $y = \log_a x$ 的函數圖形都與任一水平線 $y = k$ 恰有一個交點

4. 設 $a = 2^{2021}$ ，試問下列哪些選項是正確的？

- (A) a 的個位數字為 2
- (B) a 的首位數字為 3
- (C) a 的首數為 609
- (D) a 為 609 位數
- (E) $a < 10^{609}$

二、填充題（配分詳見配分表，共計 60 分）

1. 試求 $2\log 2 - \log 6 + \log 15$ 之值。
2. 若 $x = \log_2 3$ ，試求 $4^x + 4^{-x}$ 之值。
3. 令 $a = \log 2$ ， $b = \log 3$ ，試利用換底公式表示下列各值：
(1) $\log_3 24$
(2) 指數方程式 $3^x = 2^{x+1}$ 的解 x 。
4. 若 $7^p = 16$ ， $8^q = 125$ ， $25^r = 49$ ，試求 $p \cdot q \cdot r$ 之值。
5. 已知 $x, y, z > 1$ 且 $w > 0$ ，若 $\log_x w = 3$ ， $\log_y w = 4$ ， $\log_z w = 5$ ，試求 $\log_{xyz} w$ 之值。
6. 設 $a = 1$ ， $b = \log_2 \sqrt{3}$ ， $c = \log_{\frac{1}{2}} 3$ ， $d = \log_{\frac{1}{2}} 3$ ，試比較 a, b, c, d 的大小關係。
7. 若將 $y = f(x) = \log_2 x$ 的圖形先向左移動 2 單位，再向下移動 3 單位後，可得一新函數 $y = g(x) = \log_2 (mx + n)$ ，試求 $m + n$ 之值。
8. 將 $y = h(x) = 3^x$ 的圖形先向右移動 1 單位，再向上移動 6 單位後，可得一新函數 $y = k(x)$ ，若兩函數的圖形恰交於一點，試求此交點坐標。
9. 試解不等式 $\left(\frac{1}{25}\right)^x - 4\left(\frac{1}{5}\right)^x - 5 \leq 0$ 。
10. 試求滿足不等式 $\log(x-2)^2 - \log(8-x) < 0$ 的整數解 x 有 _____ 個。

11. 比爾——朗伯定律(Beer-Lambert Law)是一個光學基礎定律。

當光穿透樣品溶液時，光的吸收度(A)與吸收係數(α)、光徑長(l)、濃度(c)三者均呈正比： $A = \alpha lc$ 。

當中光的吸收度(A)定義關係式： $A = -\log \frac{I_1}{I_0}$ ，其中 I_0 為原本入射光線的強度， I_1 為穿透光線的強度。

假設某一單色光之入射光強度有 50% 穿透過某溶液，試問溶液濃度應變為原本的幾倍，才能使 90% 的光線被吸收？

(請四捨五入至小數點後第一位)

三、混合題 (共計 16 分) ※請將計算過程直接填寫在答案卷上

題組 A

A-1. (計算題，需列出詳細計算過程才予以計分，8 分)

試解方程式 $\log_3(9^x - 27) = x + \log_3 6$ 。

題組 B

金融學有所謂的「七二法則」，這是一種簡易的估算方法，用來估計在不同利率之下，將投資資產倍增所需的時間，其公式如下：若每期利率為 $r\%$ 且以複利計算，則本利和達到原本本金的兩倍所需時間大約 $\frac{72}{r}$ 期。

例如：將 1 萬元存入年利率 4%，每年複利一次的銀行，則大約需要 18 年會使本利和變成 2 萬元。

設阿升今年存到人生的第一桶金，想拿這 100 萬去存入年利率 8%，每年複利一次的銀行：

B-1. (單一選擇題，2 分)

若按照「七二法則」估算，則大約幾年後本利和會達到 200 萬元？

- (A) 6 年 (B) 8 年 (C) 9 年 (D) 12 年

B-2. (計算題，需列出詳細計算過程才予以計分，6 分)

請利用課堂上所學的複利本利和算法去估算，大約幾年後會使本利和達到 200 萬元。(請四捨五入至整數位)

高雄市立鼓山高中110學年度第一學期第二次段考《高二》數學科答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題（每題6分，錯一個選項得4分，錯兩個選項得2分，其餘0分，共計24分）

1	2	3	4
---	---	---	---

二、填充題（配分詳見配分表，共計60分）

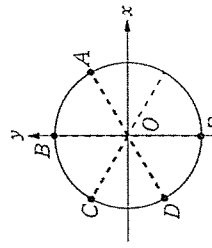
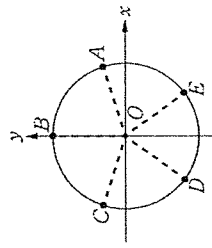
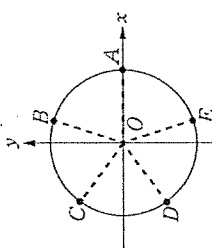
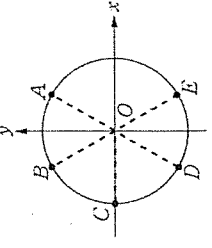
答對數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	0	8	16	24	30	36	40	44	48	52	56	58	60

1	2	3(1)	3(2)
4	5	6	7
8	9	10	11

三、混合題(共計16分)

題組 A	題組 B
A-1.（計算題，需列出詳細計算過程才予以計分，8分）	B-1.（單一選擇題，2分）
	B-2.（計算題，需列出詳細計算過程才予以計分，6分）

一、單選題：

- () 1. 複數 $\frac{(3+4i)(1-i)}{(1+i)^2}$ 的絕對值等於
 (A) 5 (B) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{25}{2}$ (D) 6
- () 2. $\triangle ABC$ 的三內角度量為 α 、 β 、 γ ，則 $(\cos \alpha + i \sin \alpha)(\cos \beta + i \sin \beta)(\cos \gamma + i \sin \gamma)$ 等於
 (A) -1 (B) i (C) 0 (D) $-1+i$
- () 3. 在複數平面上，複數 z 的位置如附圖所示，
 則圖中複數 z_1, z_2, z_3, z_4, z_5 ，哪一個是 $-\frac{1}{2}i\bar{z}$ ？
 (A) z_1 (B) z_2 (C) z_3 (D) z_4 (E) z_5
- () 4. 已知方程式 $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ ，現將其五根標示在複數平面上（分別以 A, B, C, D, E 表示），請問分布情形應為下列何者？
 (A)  (B)  (C)  (D) 
- () 5. 複數平面上，已知 $|z|=2$ ，則 $|z-(3+4i)|$ 的最小值為
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

二、多選題：

- () 1. 三次實係數多項式 $f(x)$ 滿足 $f(-3) > 0, f(-2) < 0, f(-1) > 0, f(1) > 0, f(2) = 0$ 。請選出正確選項：
 (A) $f(0) < 0$
 (B) $f(x) = 0$ 恰有一根介於 -3 與 -2 之間
 (C) $f(x) = 0$ 恰有一根介於 -2 與 0 之間
 (D) $f(x) = 0$ 在 0 與 1 之間有根
 (E) $f(x) = 0$ 在 -3 與 3 之間恰有三個根
- () 2. 下列何者不是複數的極式？
 (A) $2(\cos 40^\circ + i \sin 25^\circ)$
 (B) $2(\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)$
 (C) $2(\cos 40^\circ - i \sin 40^\circ)$
 (D) $2(\sin 40^\circ + i \cos 40^\circ)$
 (E) $-2(\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)$

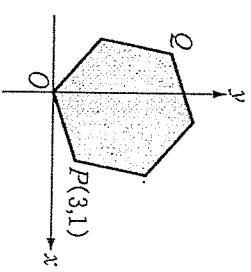
(3. 設 O, A, B 分別為複數平面上代表 $0, 1+i$ 及 $1-i$ 的點，請問下列哪些選項所對應的點落在 $\triangle OAB$ 的內部？

- (A) $\cos \frac{\pi}{4}$ (B) $\sin 50^\circ + i \cos 50^\circ$ (C) $\frac{4-3i}{5}$ (D) $\frac{1-\sqrt{3}i}{2}$ (E) $-1-i$

三、填充題：

1. 設二次方程式 $x^2 + 2kx + (k+2) = 0$ 有實根，則實數 k 的範圍是_____。
2. 設 a, b 為實數， $i = \sqrt{-1}$ ，若 $\frac{2+i}{a+bi} = 2-i$ ，則數對 $(a, b) =$ _____。
3. 設 a, b 為整數，若方程式 $x^3 + ax^2 + bx + 5 = 0$ 有三個相異的有理根，則 $(a, b) =$ _____。

4. 在直角坐標平面上，有一正六邊形如附圖，已知 O 點坐標為 $(0, 0)$ ， P 點坐標為 $(3, 1)$ 則 Q 點坐標為_____。



5. $\frac{4(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ) \cdot 3(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)}{2(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ)} =$ _____。

6. 求值 $(\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ)^6 =$ _____。

7. 求 $-2 + 2\sqrt{3}i$ 的極式為_____。(幅角以主幅角表示)

8. 設 z 為複數，若 $|z+2| = 2$ ， $\text{Arg}(z+2) = \frac{\pi}{3}$ ，則 $z =$ _____。

9. a 為方程式 $z^4 = -16$ 的一根，且 $180^\circ < \text{Arg}(a) < 270^\circ$ ，求 $a =$ _____。

10. 設方程式 $x^5 = 1$ 的五個根為 $1, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ ，求 $(2-\omega_1)(2-\omega_2)(2-\omega_3)(2-\omega_4) =$ _____。

高雄市立鼓山高中 110 學年度第 1 學期第二次段考六年級選修數學(甲)作答卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單選題：25 分(每題 5 分)

1	2	3	4	5

二、多選題：18 分(每題全對得 6 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 2 分。)

1	2	3

三、填充題：57 分

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

填充題配分

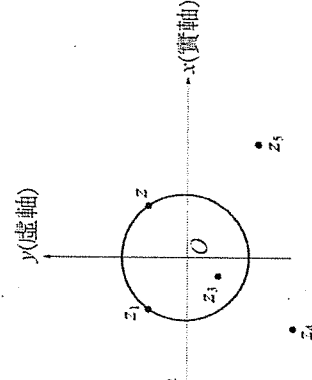
答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	8	16	24	30	36	42	46	50	54	57

一、是非題：12% (正確請填○，錯誤請填×)

- () 1. $\sqrt{-5} = \sqrt{5}i$ 。
- () 2. $\sqrt{-2} \times \sqrt{-3} = \sqrt{6}$
- () 3. $i+1$ 的共軛複數為 $i-1$ 。
- () 4. 若 $f(x)=0$ 為實係數三次方程式，則方程式 $f(x)=0$ 必有實根。
- () 5. 複數平面上，實數 $\sqrt{5}$ 的位置在實軸上。
- () 6. 複數 $2+3i$ 的虛部為 $3i$ 。

二、單選題：20%

- () 1. 複數 $\frac{(3+4i)(1-i)}{(1+i)}$ 的絕對值等於
- (A) 5 (B) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{25}{2}$ (D) 6
- () 2. 令 $i=\sqrt{-1}$ ，在複數平面上，所有滿足方程式 $|z-i|=2$ 的複數 z ，會形成下列哪種的圖形？
- (A) 一點 (B) 一圓 (C) 一直線 (D) 兩直線 (E) 沒有圖形

- () 3. 在複數平面上，複數 z 的位置如附圖所示，則圖中複數 z_1, z_2, z_3, z_4, z_5 ，哪一個是 $-\frac{1}{2}i\bar{z}$ ？
- (A) z_1 (B) z_2 (C) z_3 (D) z_4 (E) z_5
- 

- () 4. 下列哪個選項是正確的
- (A) 複數平面上，複數 z 與 $\bar{z}$ 對稱於虛軸。
- (B) 複數平面上，複數 z 與 $-\bar{z}$ 對稱於虛軸。
- (C) 複數平面上，虛數 $2+4i$ 的位置在虛軸上。
- (D) 若複數 z, w 滿足 $|z|=5$ 且 $|w|=2$ ，則 $|z+w|=7$ 。

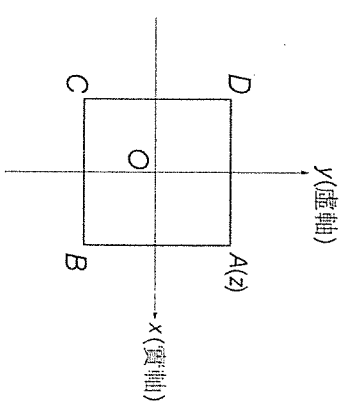
三、多選題：12%

- () 1. 下列哪些選項是正確的？

- (A) $|5-12i|=13$
- (B) $|-5-12i|=17$
- (C) $|-5+12i|=13$
- (D) $|-12i|=12$
- (E) $|5-i|=4$

- (2. 如右圖，正方形 $ABCD$ 的兩邊分別平行實軸與虛軸，其中心為原點 O ， A 點所對應的複數為 z ，試問下列哪些選項是正確的？

- (A) C 點所對應的複數為 $\bar{z}$
 (B) D 點所對應的複數為 iz
 (C) $\overline{OA} = |z|$
 (D) $\overline{BD} = 2|z|$
 (E) $|z - \bar{z}| = \sqrt{2}|z|$



四、填充題：56%

- $i^1 + i^2 + i^3 + \dots + i^{365} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 設 a, b 為實數，若 $(a+2) + (b-3)i = 0$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 設二次方程式 $x^2 + 2kx + (k+2) = 0$ 有實根，則實數 k 的範圍是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 設 a, b 為實數， $i = \sqrt{-1}$ ，若 $\frac{2+i}{a+bi} = 2-i$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 解方程式： $x(x+2) = -3$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 複數平面上，已知 $|z| = 2$ ，則 $|z - (3+4i)|$ 的最小值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 設 α, β 為方程式 $2x^2 + 4x + 5 = 0$ 的兩根， $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 已知 $2+i$ 為 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 13x - 10 = 0$ 的一根，求 $f(x) = 0$ 的實根為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 設 a 為複數， $4+3i$ 為方程式 $x^2 - 3x + a = 0$ 的一根，試求：

- (1) 此方程式的另一根為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

高雄市立鼓山高中 110 學年度第 1 學期第二次段考六年級選修數學(乙)作答卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、是非題：12 分(每題 2 分)

1	2	3	4	5	6

二、單選題：20 分(每題 5 分)

1	2	3	4

三、多選題：12 分(每題全對得 6 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 2 分。)

1	2

四、填充題：56 分

1	2	3	4	5
6	7	8	9(1)	9(2)

填充題配分

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得 分	8	16	24	30	36	42	46	50	54	56

