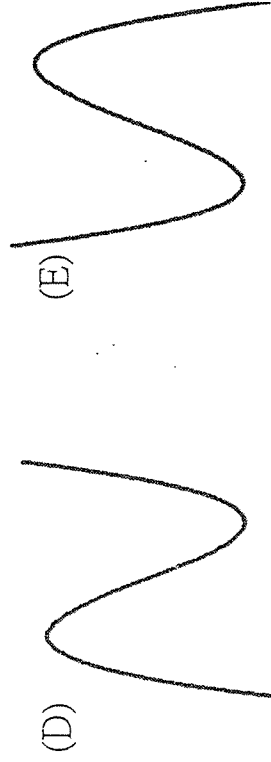
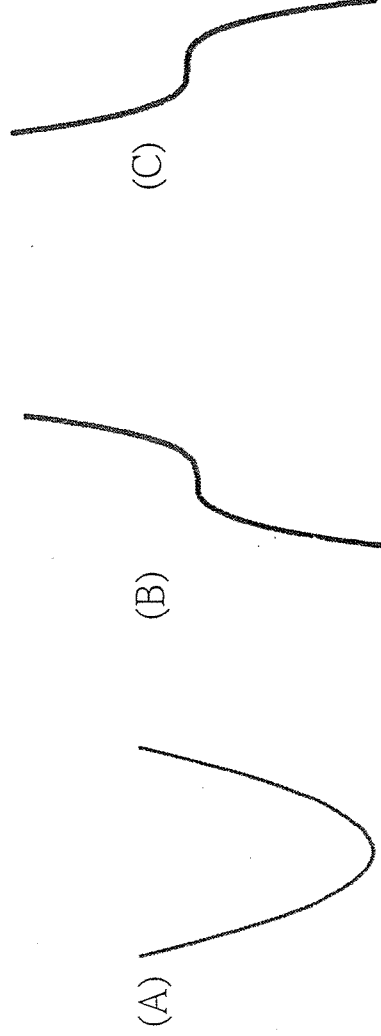
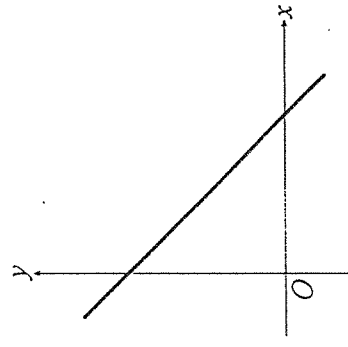


一.單選題

1. 已知一次函數 $y = ax + b$ 的圖形如右，下列哪一個選項的圖形最接近三次函數 $y = ax^3 + bx$ 的圖形？



二.多選題

1. 下列哪些為 x 的多項式？

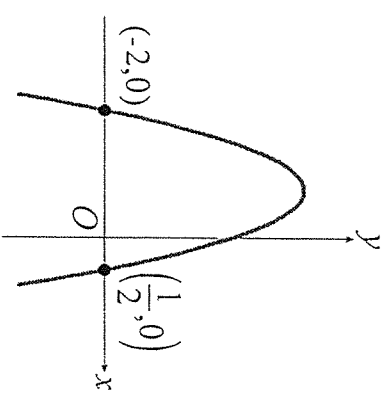
- (A) $\frac{2x-3}{x+1}$ (B) $\sqrt{x^2+x+1}$ (C) $3x^2 + 2x - \frac{5}{2}$
 (D) $x^2 - |x| + 2$ (E) $2x^3 - \sqrt{3}x + 1$

2. 設 $f(x)$ 與 $g(x)$ 都是三次多項式， $h(x)$ 是二次多項式，則下列敘述哪些正確？

- (A) $f(x) + g(x)$ 必為三次多項式
 (B) $f(x)$ 除以 $h(x)$ 的商式是一次式
 (C) $f(x)$ 除以 $h(x)$ 的餘式最多一次
 (D) 若 $f(x)$ 除以 $2x-1$ 的商式為 $Q(x)$ ，則 $f(x)$ 除以 $x - \frac{1}{2}$ 的商式為 $2Q(x)$
 (E) 若 $f(x)$ 除以 $3x+6$ 的餘式為 -12 ，則 $f(x)$ 除以 $x+2$ 的餘式為 -4

3. 若函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的圖形如右圖，則下列各數哪些為負數？

- (A) a (B) b (C) c
(D) $b^2 - 4ac$ (E) $a - b + c$



4. 已知二次函數 $f(x) = a(x-1)^2 + b$ 滿足 $f(3) > 0$ 且 $f(4) < 0$ ，則下列敘述哪些正確？

- (A) $a > 0$ (B) $b > 0$ (C) $f(-1) > 0$
(D) $f(-2) > 0$ (E) $f(-5) < f(5)$

5. 設 Γ 表示 $y = x^3 - 4x$ 的圖形，下列敘述哪些正確？

- (A) $(0, 0)$ 是 Γ 的對稱中心
(B) Γ 的圖形與 x 軸恰有一個交點
(C) 若 (a, b) 在曲線 Γ 上，則 $(-a, -b)$ 亦在曲線 Γ 上
(D) Γ 的圖形沒有最高點也沒有最低點
(E) 將 Γ 的圖形向左平移 3 單位，向下平移 1 單位，可得新函數為 $y = (x-3)^2 - 4(x-3) - 1$

6. 設三次函數 $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + cx + d$ ，其中 c, d 為實數，下列敘述哪些正確？

- (A) $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(1, f(1))$
(B) $f(1) = \frac{1}{2}(f(-5) + f(7))$
(C) $y = f(x)$ 圖形的對稱軸為直線 $x = 1$
(D) 可以找到一個實數 x_0 滿足 $f(x_0) = 99$
(E) $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸至少交一點

三.填充題

1. 設 $f(x)$ 為三次多項式，且 $f(1)=f(2)=0$ ， $f(3)=6$ ， $f(4)=30$ ，

則 $f(5) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 已知 $x^2 + 2x - 2$ 能整除 $x^4 + ax^2 + 2x + b$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $x^2 - 4x - 5$ 的餘式為 $3x - 2$ ；除以 $x - 2$ 的餘式為 4 ，則 $f(x)$ 除以 $x^2 - x - 2$ 的餘式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 設二次函數 $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ ， $-2 \leq x \leq 3$ ，若 $f(x)$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，則數對 $(M, m) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 已知三次函數 $y = 2x^3 + bx^2 + 7x + d$ 圖形的對稱中心為 $(-1, 2)$ ，則數對 $(b, d) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 不論 x 為任何實數，若二次函數 $y = f(x) = 2x^2 - 4x + k$ 的圖形恆在 x 軸上方，則實數 k 的範圍為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 設 a 、 b 為實數，且二次不等式 $ax^2 + bx - 4 > 0$ 的解為 $\frac{1}{3} < x < 2$ ，則數對

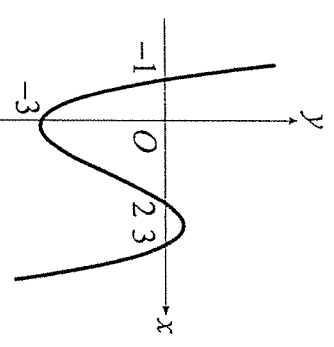
$(a, b) =$ _____。

8. 已知三次函數 $f(x)$ 的圖形通過 $(-1, 0)$ 、 $(2, 0)$ 、 $(3, 0)$ 、 $(0, -3)$

四點，如圖所示，則

(1) $f(x) = 0$ 的解為 _____。

(2) 不等式 $f(x) \geq 0$ 的解為 _____。



9. 解下列各不等式：

(1) $(x^2 + 2x + 7)(x - 2)(x + 5) < 0$ _____。

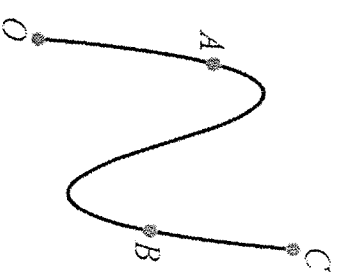
(2) $-2x^2 + x + 3 < 0$ _____。

四. 混合題

1. (計算題，需寫出計算過程才給分)

有一條風景很漂亮的山路，從空拍圖來看，某些路段近似於三次函數的圖形。主辦單位在平面坐標上，設計一個三次函數的圖形作為路跑的路線，已知起跑點為原點 O ，終點為

$C(7, 4)$ ，路線上的兩點 $A(1, 14)$ 、 $B(5, 10)$ 為補給站，且兩補給站



對稱於圖形的對稱中心。

(1) 此圖形的對稱中心座標為何？

(2) 將此三次函數表示為 $y = a(x - h)^3 + p(x - h) + k$ 的形式。

(3) 求實數 t 的值。

2. (計算題, 需寫出計算過程才給分)

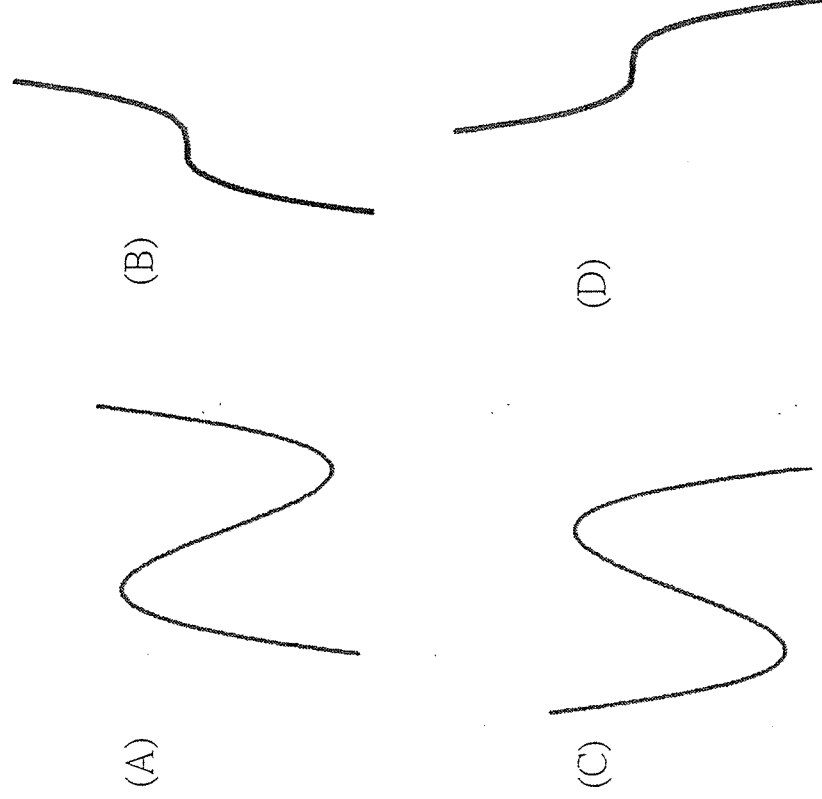
$$\text{設 } f(x) = 2x^3 - x^2 + 4x - 15 = a(x-2)^3 + b(x-2)^2 + c(x-2) + d$$

- (1) 求 a, b, c, d 的值。
- (2) 求 $f(1.99)$ 的近似值。(四捨五入到小數點後第二位)
- (3) $f(x)$ 在 $x=2$ 的局部特徵圖形近似於 $y = tx + k$ ，則數對 (t, k) 之值為何？

3. 設三次函數 $y = f(x) = a(x+1)^3 + b(x+1) + c$ 的廣域特徵圖形近似於 $y = -2x^3$

的圖形，而局部看 $y = f(x)$ 在 $x = -1$ 附近的圖形近似於直線 $y = 5x + 3$

- (1) 求 a, b, c 之值。(需寫出計算過程才給分)
- (2) 對稱中心座標為何？(填充題)
- (3) 此三次函數的圖形為哪一種？(單選題)



高雄市立鼓山高中 110 學年度第一學期 期末考 高一數學 答案卷

班級 座號 姓名

一. 單選題

1.

二. 多選題

1.	2.	3.	4.	5.	6.
----	----	----	----	----	----

三. 填充題

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8(1)
8(2)	9(1)	9(2)	

四. 混合題

1.(1)	(2)
(3)	
2.(1)	(2)
	(3)
3.(1)	(2)
	(3)

年 班 座號 姓名 分數

計算題 (請詳細列出計算過程，否則不予計分)

1. 已知 $A(1, -2)$ 、 $B(3, 1)$ 、 $C(-3, 0)$ ，且 $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CD}$ ，試問：

(1) D 點坐標 _____。(3 分)

(2) $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} =$ _____。(3 分)

(3) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}| =$ _____。(6 分)

2. $\triangle ABC$ 中， $A(3, -7)$ 、 $B(-5, -1)$ 、 $C(7, -4)$ ，設 $\angle A$ 的平分線交 $\overline{BC}$ 於 D ，則 D 點的坐標為 _____。(6 分)

3. 設 $A(2, 0)$ 、 $B(-2, 1)$ 、 $C(4, k)$ ，

(1) 若 $\triangle ABC$ 的面積是 7，則 k 值 = _____。(6 分)

(2) 若 A, B, C 三點共線，則 k 值 = _____。(6 分)

4. 已知 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 5$ ，求 $\begin{vmatrix} 2a+3c & 2b+3d \\ 3a-2c & 3b-2d \end{vmatrix}$ 之值。(6 分)

5. 坐標平面上，設 $A(-1, 3)$ 、 $B(0, 5)$ 、 $C(8, 6)$ ，試求：

(1) $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的投影長度。(6 分)

(2) $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的正射影。(6 分)

6. $\triangle OAB$ 中， C 為 $\overline{OB}$ 中點， D 在 $\overline{AC}$ 上， $\overline{AD} : \overline{DC} = 2 : 3$ 。設 $\overrightarrow{OD} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$ ，則數對 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
(6 分)

7. 設 $\vec{a} = (2, 1)$ ， $\vec{b} = (1, t)$ ，若 $(\vec{a} + 2\vec{b}) \perp (2\vec{a} - \vec{b})$ ，則 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
(有兩解) (6 分)

8. 若 A_{n+1} 即是將 A_n 的四個位置順時針推移一格。(例如： $A_1 = \begin{vmatrix} a & b \\ d & c \end{vmatrix} \rightarrow A_2 = \begin{vmatrix} d & a \\ c & b \end{vmatrix}$)
假設 $A_1 = \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 7 \end{vmatrix}$ ，則 $A_1 + A_2 + \dots + A_{520} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(8 分)

9. 已知聯立方程式 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 的解為 $(1, 2)$ ，而聯立方程式 $\begin{cases} a_1x + (2a_1 - b_1)y + 3c_1 = 0 \\ a_2x + (2a_2 - b_2)y + 3c_2 = 0 \end{cases}$ 的解為 (x, y) ，
則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(8 分)

10. 設 $A(0, 0)$ ， $B(1, 3)$ ， $C(-1, 2)$ ， $D(3, 4)$ 為坐標平面上的四點，則
 $|\vec{AB} + t\vec{CD}|$ 的最小值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(8 分)

11. 設 $A(a, 1)$ ， $B(1, b)$ ， $C(2, 3)$ 為坐標平面上三點，若 $\overline{CA}$ 與 $\overline{CB}$ 互相垂直，
則 $\begin{vmatrix} a & 2b \\ -2b & a \end{vmatrix}$ 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，(8 分) 此時 $\triangle ABC$ 的面積是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(8 分)

一:多選題(至少有1個對的選項)

- 1.() 已知多項式 $f(x)$ 除以 x^2-1 之餘式為 $2x+1$ 。試選出正確的選項。 (A) $f(0)=1$
 (B) $f(-1)=3$ (C) $f(x)$ 可能為一次式 (D) $f(x)$ 可能為 $4x^4+2x^3-3$ 。(E) $f(x)$ 可能為 $4x^4+2x^2-3$ 。

- 2.() 坐標空間中,設直線 $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{-1}$,平面 $E_1: 2x-3y-z=0$,平面 $E_2: x+y-z=0$ 。試

選出正確的選項。(A)點 $(2, -3, -1)$ 在直線 L 上 (B)P點 $(5, 3, -1)$ 到平面 E_1 的距離是2
 (C)直線 L 與平面 E_1 垂直 (D)直線 L 在平面 E_2 上 (E)平面 E_1 與 E_2 平行。

- 3.() 從1, 2, 3, 4, 5, 6, 7這七個數字中隨機任取兩數。試選出正確的選項。 (A)其和大於11
 的機率為 $\frac{1}{7}$ (B)其和小於5的機率為 $\frac{1}{7}$ (C)其和為奇數的機率為 $\frac{4}{7}$ (D)其差為偶數的機率為 $\frac{5}{7}$

(E)其積為5的倍數的機率為 $\frac{2}{7}$

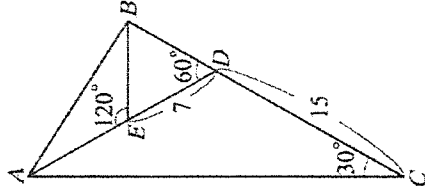
- 4() 設 a, b, c 為實數且滿足 $\log a=2.2, \log b=3.3, \log c=4.4$ 。試選出正確的選項。 (A) $a+c=2b$
 (B) $ac=b^2$ (C) $1000 < b < 2000$ (D) $a^2=c$ (E) a, b, c 成等比數列。

- 5.() P(X)表示事件X發生的機率,而 $P(X|Y)$ 表示在事件Y發生的條件下,事件X發生的機率。今
 有2顆黑球、2顆白球、3顆紅球共7顆大小相同的球排成一列。設事件A為2顆黑球相鄰的事
 件,事件B為2顆黑球不相鄰的事件,而事件C為同一顏色球都相鄰的事件。試選出正確的選項。

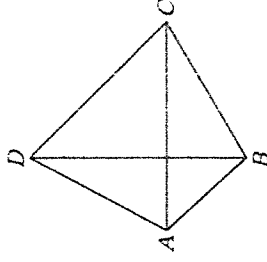
- (A) $P(A) > P(B)$ (B) $P(C) = \frac{1}{35}$ (C) $P(A) + P(B) = 1$ (D) $P(C|A) < 0.4$ (5) $P(C|B) > 0$

二:填充題

1. 如圖(此為示意圖),在 $\triangle ABC$ 中, $\overline{AD}$ 交 $\overline{BC}$ 於D點, $\overline{BE}$ 交 $\overline{AD}$ 於E點,且 $\angle ACB=30^\circ$, $\angle EDB$
 $=60^\circ$, $\angle AEB=120^\circ$ 。若 $\overline{CD}=15$, $\overline{ED}=7$,則 $\overline{AB} = [\quad]$ 。

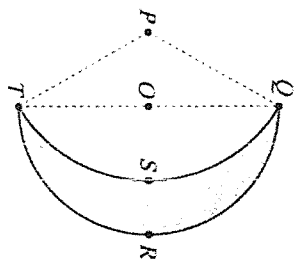


2. 如圖(此為示意圖),A, B, C, D為平面上的四個點。已知 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AC}$ 、 $\overrightarrow{BD}$ 兩向量等
 長且互相垂直,則 $\tan \angle BAD = [\quad]$ 。



3. 連續投擲一公正骰子兩次,設出現的點數依序為 a, b 。試問發生 $\log(a^2) + 2\log b > 1$ 的機率為多
 少?
 4. 設計師為天文館設計以不銹鋼片製成的月亮形狀,其中有一款設計圖如圖所示:圖中,圓弧QRT是

一個以 O 點為圓心、 $\overline{QT}$ 為直徑的半圓， $\overline{OT} = 2\sqrt{3}$ 。圓弧 QST 的圓心在 P 點， $\overline{PQ} = \overline{PT} = 2$ 。圓弧 QRT 與圓弧 QST 所圍出的灰色區域 $QRTSQ$ 即為某一天所見的月亮形狀。設此灰色區域的面積為 $a\pi + \sqrt{b}$ ，其中 π 為圓周率， a 為有理數， b 為整數，則 $ab = ?$



5. 試問角度 θ 滿足 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ ，且 $\cos(2\theta - 60^\circ)$ ， $\cos 2\theta$ ， $\cos(2\theta + 60^\circ)$ 依序成一等差數列， $\theta = ?$

6. 6 題單選題，每題有 5 個選項，其中只有一個選項是正確答案。假設小明以隨機猜答的方式回答此試卷，且各題猜答方式互不影響。試估計小明全部答對的機率是小數點後第幾位開始不為 0？

(已知 $\log_{10} 5 \approx 0.699$)

$$7. I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}, B = I + A + A^{-1}, \text{試求(1) } A \text{ 的反矩陣 (2) } BA = ?$$

1.	2.	3.	4.
----	----	----	----

二 多重選擇題

1.	2.
----	----

三.填充題

1.	2.	3.
4.	5.	空白

