高雄市鼓山高中 110 學年度第 2 學期第一次段考四年級數學科試題卷

一、是非題：10%（正確請填 ○，錯誤請填 ╳）

1. (　　) $0! = 0$。
2. (　　) 設 A、B 為集合，則 $A \cup B = (A - B) \cup (B - A)$。
3. (　　) 甲地到乙地時，走山線有 2 種方法，走海線有 3 種方法，則甲地到乙地共有 6 種走法。
4. (　　) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \cdots + n)^2$，$n$ 為正整數。
5. (　　) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 10^2 = 385$。

二、單選題：16%

1. (　　) 若 $1+2+3+\cdots+n=\frac{1}{2}n(n+1)$ 且 $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$，則 $1\times2+2\times3+3\times4+\cdots+n\times(n+1)=$？
   (A) $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$　(B) $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$　(C) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$　(D) $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$

2. (　　) 下列各遞迴數列，何者使 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列？
   (A) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n + 3 \end{cases}$　(B) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n \times n \end{cases}$　(C) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n \times 3 \end{cases}$　(D) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n \times \frac{1}{n} \end{cases}$

3. (　　) 數列 $\langle a_n \rangle$，滿足 $a_1 = 2$，$a_{n+1} = \frac{1}{1-a_n}$，則 a_{2022} 的值為　(A) 2　(B) -1　(C) $\frac{1}{2}$　(D) 0

4. (　　) 設 P，Q，R 為三個命題，
   P：長方形都是正方形，
   Q：正三角形都是等腰三角形，
   R：$3 > 5$
   試問下列何者為正確命題？
   (A) P　(B) R　(C) P 且 Q　(D) Q 或 R

三、多選題：24%(每題全對得 8 分，錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分。)

1. (　　) 下列哪些選項是正確的？
   (A) 數列 4, -6, 9 是等比數列。
   (B) 數列 $\left\langle \frac{n^2-2}{2n+5} \right\rangle$ 的第 6 項為 3。
   (C) 等差數列 $\langle a_n \rangle$ 恆有 $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=5a_3$。
   (D) 等比級數 $3+9+\cdots+3^{10}$ 的和為 $\frac{3^{10}-1}{2}$。
   (E) 若一數列為 3, 3, 3, 3, 3，則此數列為等差數列，亦為等比數列。

2. (　　) 集合 $A = \{x \mid x$ 為不大於 3 的正整數$\}$，則下列哪些選項是正確的？
   (A) $\{1,2\} \subseteq A$
   (B) $4 \in A$
   (C) $\{0,1\} \subseteq A$
   (D) $A \subseteq \{1,2,3\}$
   (E) $\{1,1,2\} \subseteq A$

3. (　　) 設$\langle a_n \rangle$，$\langle b_n \rangle$都是等差數列，問下列哪些選項是正確的？

(A) $\langle a_n+1 \rangle$是等差數列

(B) $\langle 2a_n \rangle$是等差數列

(C) $\langle a_n+b_n \rangle$是等差數列

(D) $\langle a_n \times b_n \rangle$是等比數列

(E) $\langle 2^{a_n} \rangle$是等比數列

四、填充題：42%

1. 已知集合$A=\{\, x \mid 0 \le x \le 3, x \in R \,\}$，$B=\{\, x \mid 2 \le x \le 5, x \in R \,\}$，則$A-B$ = ____________。

2. 已知等比數列$<a_n>$的首項為 2，末項為 486，和為 728，若公比為 r，項數為 n，則(r, n) = ____________。

3. 求 $10^3+12^3+13^3+\cdots+20^3$ = ____________。

4. 一等差數列$<a_n>$共有 12 項，已知首 4 項的和是 10，末 4 項的和是 50，則此 12 項的總和為____________。

5. 600 的正因數中，15 的倍數有幾____________個

6. 甲乙丙丁戊己 6 人排一列，則甲不排首位且乙不排末位的排法有__________種。

7. 已知數列$\langle a_n \rangle$的前 n 項和$S_n=n^2-11n$，求第 n 項a_n = ____________。

五、證明題：8%

1. 試以 $\boxed{\text{數學歸納法}}$ 證明：$1+3+5+7+9+\cdots+(2n-1)=n^2$ 對所有正整數 n 恆成立。

高雄市鼓山高中 110 學年度第 2 學期第一次段考四年級數學科答案卷

班級：＿＿＿＿ 座號：＿＿＿ 姓名：＿＿＿＿＿＿＿＿

一、是非題：10%（正確請填 ○，錯誤請填 ╳）

1	2	3	4	5

二、單選題：16%

1	2	3	4

三、多選題：24%(每題全對得 8 分，錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分。)

1	2	3

四、填充題：42%

1	2	3	4
5	6	7	

填充題配分

答對格數	1	2	3	4	5	6	7
得 分	8	16	22	28	34	38	42

五、證明題：8%

1. 試以 數學歸納法 證明：$1+3+5+7+9+\cdots+(2n-1)=n^2$ 對所有正整數 n 恆成立。

高雄市立鼓山高級中學 110 學年度 第2學期 第一次段考　高 二　數學科　試題

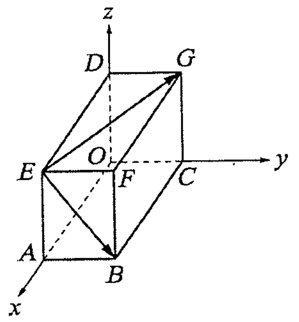
考試範圍：數學四 空間向量
科目代碼：　　　　　　　　　　　　　　　　座號：　　　姓名：

注意：1.請在答案卷上作答才給分

2.答案要化為最簡式，如：不能以 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 作答，必須有理化為 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

一、填充題：每格 6 分

1. 如圖，$\overline{OA}=5$，$\overline{OC}=3$，$\overline{OD}=4$，試求：



(1) $\overrightarrow{EB}$ 在 $\overrightarrow{EG}$ 方向上的正射影 = 【　　　　　】。 (2) B 點在直線 EG 上的投影點坐標 = 【　　　　　】。

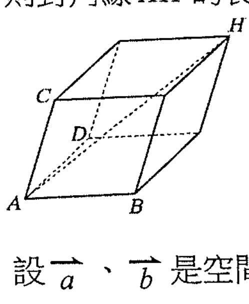
2. 已知 $A(-2,3,1)$，$B(1,3,5)$ 為坐標空間中的相異兩點，若 P 點在直線 AB 上，且 $\overline{PA}:\overline{PB}=2:3$，若 P 點不在 $\overline{AB}$ 上，則 P 點坐標 = 【　　　　　】。

3. 已知坐標空間中四點 $A(1,3,-2)$，$B(2,-2,1)$，$C(3,1,2)$，$D(6,2,k)$ 共平面，則 $k=$【　　　　　】。

4. 在坐標空間中，O 為原點，設 $\overrightarrow{OA}=(2,1,-3)$，$\overrightarrow{OB}=(1,-2,1)$，令集合 $S=\{P \mid \overrightarrow{OP}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}$，其中 $-1\le s\le 2$，$0\le t\le 2\}$，試問集合 S 所表示的圖形面積 = 【　　　　　】。

5. 已知 x，y，z 是實數，且 $2x+3y+z=14$，求 $x^2+y^2+z^2$ 的最小值 = 【　　　　　】，以及 $x^2+y^2+z^2$ 發生最小值時，x，y，z 的值 【　　　　　】。

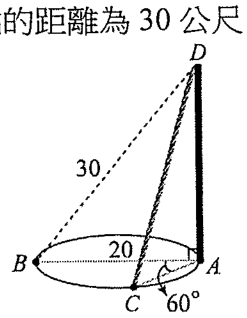
6. 由六個全等的菱形為面所組成的平行六面體，如圖所示。若已知 $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{AD}=3$，且 $\angle BAC=\angle BAD=\angle CAD=60^\circ$，則對角線 $\overline{AH}$ 的長度 = 【　　　　　】。



7. 設 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 是空間中兩向量，若 $|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=4$，且 $|\vec{a}-2\vec{b}|=7$，則 $|\vec{a}\times\vec{b}|=$ 【　　　　　】。

8. 空間中三向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$ 滿足 $\vec{a}\times\vec{b}=(3,-1,5)$，$\vec{a}\times\vec{c}=(1,1,3)$，且 $|\vec{a}|=6$，則向量 $\vec{a}$ = 【　　　　　】。

9. 已知地面上 A，B 兩點相距 20 公尺，而 C 點在以 $\overline{AB}$ 為直徑的圓上，且 $\angle CAB=60^\circ$。今在 A 點立一木桿垂直於地面，從桿頂到 B 點的距離為 30 公尺，如圖所示，若想從桿頂到 C 點間拉一繩索，則此繩索的長度 = 【　　　　　】。。

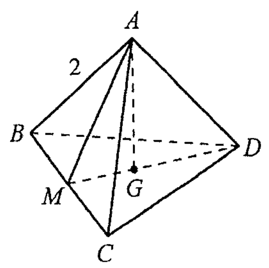


高雄市立鼓山高級中學 110 學年度第 2 學期 第一次段考 高 二 數學科 試題

考試範圍：數學四 空間向量

二、多重選擇題：每題 6 分；答錯 1 個選項得 4 分，答錯 2 個選項得 1 分，答錯 3 個（含）選項以上或未作答得 0 分。

( )1. 附圖中，A-BCD 為正四面體，M 為 $\overline{BC}$ 的中點，G 為 ΔBCD 的外心，試問下列哪些敘述是正確的？



(A) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ (B) 向量 $\overrightarrow{AD}$ 與 $\overrightarrow{BC}$ 垂直 (C) $\angle AMD<\angle ADB$
(D) $\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{DM}=0$ (E) $\angle ABG=\angle DAM$

( )2. 空間坐標中，方程式 $y^2+z^2=0$ 之圖形為？ (A) x 軸 (B) z 軸 (C) 一點 (D)垂直 yz 平面的一直線 (E) xy 平面

( )3. 一長方體的六個面分別與 xy 平面、yz 平面、zx 平面平行，若知其中兩頂點坐標為 $(2,-1,3)$，$(-3,2,-5)$，則下列哪些點亦為此長方體的頂點？

(A) $(-2,-1,3)$ (B) $(-3,-1,-5)$ (C) $(2,2,3)$ (D) $(-1,2,5)$ (E) $(3,2,-3)$

( )4. 設點 $P(-1,5,-12)$ 為空間中一點，O 為原點，則下列敘述何者正確？

(A) P 點在 xz 平面上的正射影點為 $(0,5,0)$

(B) P 點到 x 軸的距離為 13

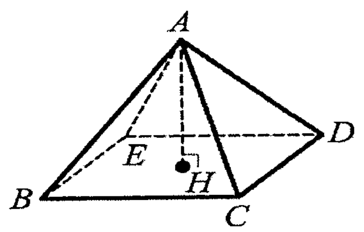
(C) P 點對於 y 軸的對稱點為 $(-1,-5,-12)$

(D) 線段 $\overline{OP}$ 的長為 $\sqrt{170}$

(E) 線段 $\overline{OP}$ 在 xy 平面上的正射影長為 12

三、混合題：請在答案卷上詳細寫出計算過程作答才給分。

設 A-$BCDE$ 為一正金字塔（正四角錐），其中 $BCDE$ 為正方形，四個側面的三角形均為正三角形，若 H 點為 A 點在平面 $BCDE$ 的投影點且金字塔的邊長為 6，則



( )1. 試問下列哪些敘述是正確的？

(A) H 點為正方形 BCDE 對角線 $\overline{BD}$、$\overline{CE}$ 的交點。

(B) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=0$

(C) 直線 AB 與直線 CD 平行

(D) 二側面的夾角為 120°

(E) 線段 $\overline{AB}$ 在平面 BCDE 上的正射影長為 3

2. 求正金字塔的高 $\overline{AH}$ 的長度。

高雄市立鼓山高級中學 110 學年度 第2學期 第一次段考　高 二　數學科　答案卷

考試範圍：數學四 空間向量

科目代碼：　　　　班級:　　　座號：　　　姓名：

注意： 1.請在答案卷上作答才給分

2.答案要化為最簡式，如：不能以 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 作答，必須有理化為 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

一、填充題：每格 6 分。

1. (1)________ (2)________　2.________　3.________

4. ________　5. ________　$x=$ ____, $y=$ ____, $z=$ ____

6. ________　7.________　8.________　9.________

二、多重選擇題：每題6分；答錯 1 個選項得 4 分，答錯 2 個選項得 2 分，答錯 3 個（含）選項以上或未作答得 0 分。

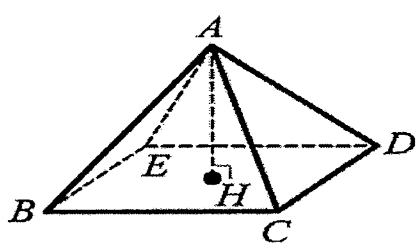
1.________　2.________　3.________　4.________

三、混合題：請在答案卷上作答才給分。

1. ________　複選; 5 分，答錯 1 個選項得 3 分，答錯 2 個選項得 1 分，答錯 3 個(含)選項以上或未作答得 0 分。

2.請在答案卷上詳細寫出計算過程作答才給分。

設 $A-BCDE$ 為一正金字塔（正四角錐），其中 $BCDE$ 為正方形，四個側面的三角形均為正三角形，若 H 點為 A 點在平面 $BCDE$ 的投影點且金字塔的邊長為 6，求正金字塔的高 $\overline{AH}$ 的長度。



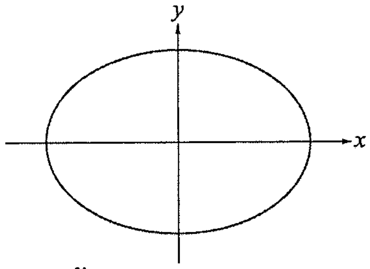
3/3

110學年度第二學期第一次段考鼓山高中高三 數甲 科考試卷

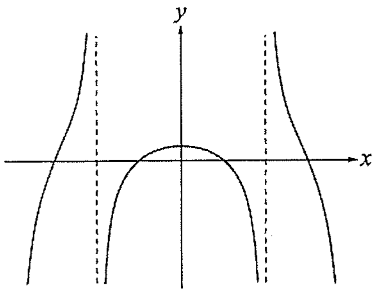
___年___班 座號：_____ 姓名：_________

一、單選題：

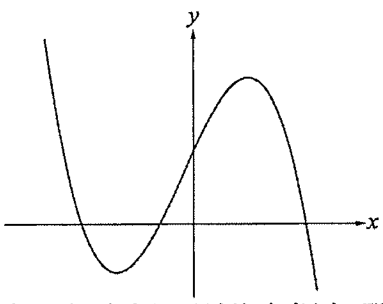
(　　)1. (　　)下列何者為函數圖形？其中 x 為自變數，y 為應變數。 (A)



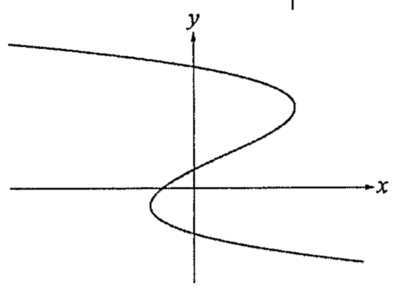
(B)



(C)



(D)



(　　)2. 已知方程式 $6^x x=6^5$ 只有一個實根，則此實根在哪兩個正整數之間?
(A)2 與 3 之間 (B)3 與 4 之間 (C)4 與 5 之間 (D)5 與 6 之間

二、多重選擇題：

(　　)1. 設函數 $f(x)=\begin{cases} x^2+1，若 x\ge 2 \\ 2x+3，若 x<2 \end{cases}$，試問下列哪些選項是正確的？
(A)$f(2)=7$ (B)$\lim_{x\to 2^+} f(x)=5$ (C)$\lim_{x\to 2^-} f(x)=f(2)$ (D)$\lim_{x\to 3} f(x)=10$ (E)$\lim_{x\to 0} f(x)=3$

(　　)2. 判斷下面各無窮數列中，哪些是發散數列? (多選)
(A) $\langle (\frac{2}{\pi})^n \rangle$ (B) $\langle \frac{2n}{n+5} \rangle$ (C) $\langle \frac{(-1)^n}{n^3} \rangle$ (D) $\langle 10000-n \rangle$ (E) $\langle \sin\frac{n\pi}{2} \rangle$

三、填充題：

1. 求下列無窮級數的值
(1) $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{9}-\frac{1}{27}+\frac{1}{81}-\dots+(-1)^{n-1}\frac{1}{3^{n-1}}+\dots$。
(2) $(4-\frac{3}{5})+(4-\frac{3}{5^2})+(4-\frac{3}{5^3})+\dots+(4-\frac{3}{5^n})+\dots$。

2. (1)函數 $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+x-2}}{x-1}$ 的定義域為【　　　　】。
(2)定義函數 $f(x)=x^2-2x+2$，定義域為 $\{-1，0，1，2，3\}$，則函數 $f(x)$ 的值域為【　　　　】。

3. (1)將循環小數 $0.1\overline{18}$ 化為有理數可得【　　　　】。
(2)有一無窮等比級數的和為 9，首項為 3，則此級數的公比為【　　　　】。

4. (1)已知 $\lim_{n\to\infty}\frac{an^2+15n-3}{4n^2}=2$，則 $a=$【　　　　】。
(2)求 $\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x-1}=?$。

5. 試求過 $y=x^3-2x-2$ 上一點 $P(-1,-1)$ 的切線方程式。

6. (1) 用 Σ 表示 $1\times5+2\times9+3\times13+\dots+n(4n+1)$。
(2) 求 (1) 中,當 n=20 時級數 $1\times5+2\times9+3\times13+\dots+20(80+1)$的和。($1^2+2^2+3^2+\dots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$)

7. 函數 $f(x)=|x|$, (1) $f'(0)=?$ (2) $f'(3)=?$

8. 求函數 $f(x)=2^x+1$的反函數?

9. 試已知符號 [ ] 為高斯符號，而 $[x]$ 表示小於或等於 x 的最大整數，
求 (1) $[-0.3]+[9.333]=?$ (2)試問在(1，3)內是否存在一個 c，使得 $f(c)=1.5$？

10. 試求下列各函數的導函數值：
(1) $f(x)=(x^2+2x+3)(x+1)$。$f'(0)=?$
(2) $f(x)=\frac{x+2}{2x^2+x+1}$。$f'(1)=?$

四:計算題

1.試利用微分的方法求 $f(x)=(3x+2)^{10}$ 在 $x=-$[redacted] 處的一次近似。

2.設多項式函數 $f(x)=2x^3-x^2-4x+1$。

(1) 討論函數 $f(x)$ 圖形的增減情形

(2)討論函數 $f(x)$ 圖形的凹向。

(3)求其反曲點(即對稱中心)

110學年度第二學期第一次段考鼓山高中高三 數甲 科考試卷

____年____班 座號：_____ 姓名：__________

一、單選題：

1	2

二、多重選擇題：

1	2

三、填充題：

1(1)	1(2)	2(1)
2(2)	3(1)	3(2)
4(1)	4(2)	5
6(1)	6(2)	7(1)
7(2)	8	9(1)
9(2)	10(1)	10(2)

四:計算題

1.

2.(1) (2) (3)

高雄市立鼓山高中 110 學年度第二學期第一次段考 高三數乙 考試卷

____年____班　　座號：_____　　姓名：_________

一、單選題：

(　　)1. 試問下列數列中，哪一個數列是發散的？

(A) $\langle (-\frac{3}{5})^n \rangle$　(B) $\langle (\frac{\pi}{3})^n \rangle$　(C) $\langle 1-(\frac{1}{\sqrt{2}})^n \rangle$　(D) $\langle \frac{2^n+3^n}{4^n} \rangle$

(　　)2. 下列哪一個無窮等比級數是收斂的？

(A)$1-1+1-1+1+\cdots+(-1)^{n-1}+\cdots$　(B)$1-\frac{1}{3}+\frac{1}{9}-\frac{1}{27}+\cdots+(-\frac{1}{3})^{n-1}+\cdots$　(C)$5+5+5+\cdots+5+\cdots$　(D)$1+\sqrt{2}+2+2\sqrt{2}+4+\cdots$

二.是非題：(正確請畫“o”，錯誤請打“×”)

(1) 不等式 $ax+by+c\geq 0$ 的圖形就是直線 $ax+by+c=0$ 的右半平面含直線。

(2) $A(1,2)$, $B(-3,-9)$ 兩點在直線 L：$3x-y+1=0$ 同一側。

(3) 數列 $\langle \frac{10^8}{n} \rangle$ 是發散數列。

(4) $\sum_{k=1}^{n}(2a_k-b_k+3)=2\sum_{k=1}^{n}a_k-\sum_{k=1}^{n}b_k+3$。

(5) $2-2+2-2+\ldots=\frac{2}{1-(-1)}=1$。

三、多重選擇題：

(　　)1. 判斷下面各無窮數列中，哪些是發散數列? (多選)

(A) $\langle 2^n \rangle$　(B) $\langle \frac{2n}{n+5} \rangle$　(C) $\langle n^2 \rangle$　(D) $\langle 10000-n \rangle$　(E) $\langle \sin\frac{n\pi}{2} \rangle$

(　　)2. 設函數 $f(x)=\begin{cases} x^2+1，若\ x\geq 2 \\ 2x+3，若\ x<2 \end{cases}$，試問下列哪些選項是正確的？

(A)$f(2)=7$　(B)$\lim_{x\to 2^+}f(x)=5$　(C)$\lim_{x\to 2^-}f(x)=f(2)$　(D)$\lim_{x\to 3}f(x)=10$　(E)$\lim_{x\to 0}f(x)=1$

三、非選題：

1. 試將循環小數 $0.3\overline{41}$ 化成有理數

2. 求無窮等比級數 $(\frac{1}{2}-\frac{3}{5})+(\frac{1}{2^2}-\frac{3}{5^2})+(\frac{1}{2^3}-\frac{3}{5^3})+\cdots+(\frac{1}{2^n}-\frac{3}{5^n})+\cdots$ 的和：

3. 若 x 為實數，且已知 $\langle \frac{x^{n+1}}{3^n} \rangle$ 收斂，求 x 的範圍。

4. 設 $f(x)=x^2-2x-23$，$g(x)=\sqrt{x-1}$。
   (1) 求　$f(g(5))$=?
   (2) 求 $(g\circ f)(x)$=?
   (3)合成函數 $g\circ f$ 的定義域。

5. 設函數 $f(x)=\begin{cases} \frac{x^2-2x-15}{x+3}, x\neq -3 \\ k, x=3 \end{cases}$，
   (1) 試判斷 $\lim_{x\to -3}f(x)=?$
   (2) 試問 k 的值應等於多少，才會使得 $f(x)$ 在 $x=0$ 連續？

6. 設 $f(x)=[x]$，因為 $f(1)=[1]=1$，$f(3)=[3]=3$，(1) [-3.3]=?　(2)試問在$(1,3)$內是否存在一個 c，使得 $f(c)=1.5$？

7. $f(x)=3x^2-x, g(x)=\cos x, h(x)=x^3-2x$, (1)何者為奇函數?(2)何者為偶函數?

8. 甲.乙兩人輪流丟一個公正骰子,約定擲出 2 或 3 點者獲勝,經由抽籤決定由甲先投擲骰子,求甲獲勝的機率?

9. 求下列各極限 (1)$\lim_{x\to 3}\frac{2x^2-5x-3}{x^2-2x-3}=?(2)\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}=?$

五計算題

打桌球一小時收費 30 元,可消耗 300 卡路里熱量;游泳一小時收費 50 元,可消耗 450 卡路里熱量.若 某人每周最多 8 小時的運動時間,又希望總花費不超過 300 元,在此限制下想消耗最多熱量,他該花多少時間游泳?

(1) 列出限制條件　(2)劃出可行解區域　(3)在此限制下想消耗最多熱量,他該花多少時間游泳?

高雄市立鼓山高中 110 學年度第二學期第一次月考高三數乙

班級:　　　　　姓名:　　　　　　座號:

一單選題

1	2

二是非題

1	2	3	4	5

三多選題

1	2

四非選題

1	2	3
4(1)	4(2)	4(3)
5(1)	5(2)	6(1)
6(2)	7(1)	7(2)
8	9(1)	9(2)

五:計算題