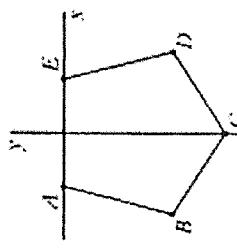


*務必把答案寫在答案卷上,否則不計分

*若答案為直線方程式務必寫成一般式: $ax+by=c$ 或 $ax+by+c=0$

一. 單選題

1. 如圖, 正五邊形 $ABCDE$ 中, 哪一邊所在直線的斜率最大?
- (A) \overline{AB} (B) \overline{BC} (C) \overline{CD} (D) \overline{DE} (E) \overline{AE} .
2. 圓心為 $(1, -1)$ 的圓與直線 $5x + 12y - 19 = 0$ 相切, 則此圓的方程式為下列何者?
- (A) $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$
(B) $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$
(C) $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 100$
(D) $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 100$
(E) $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4.$



3. 下列何者錯誤?

- (A) 圓上過切點的半徑與過該點之切線垂直.
- (B) 由點 $P(1, -2)$ 向圓 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ 只能做一條切線.
- (C) 過點 $P(0, 1)$ 向圓 $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ 只能做一條切線.
- (D) 過點 $P(-0.5, 1)$ 不能向圓 $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ 做切線.
- (E) 直線 $x + y = 0$ 與圓 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ 交在兩點.

二. 多重選擇題(至少有一個正確答案)

1. 設直線 L 的方程式為 $2x - 3y = 4$, 則下列哪些正確?

- (A) 直線 L 的 x 截距為 2
(B) 直線 L 的 y 截距為 $\frac{4}{3}$
(C) 直線 L 的斜率為 $\frac{3}{2}$
(D) 直線 L 過點 $P(5, 2)$
(E) 直線 L 通過第一、三、四象限.

2. 設圓 $C: x^2 + y^2 + 6x - 8y + 9 = 0$, 圓外一點 $P(5, -2)$, 過 P 點做圓 C 的兩切線, 切點為 A, B , 請選出正確的選項.

(A) 此圓 C 的面積為 4π

(B) 切線段長 $\overline{PA} = 6$

(C) $\triangle PAB$ 的外接圓方程式為 $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 25$

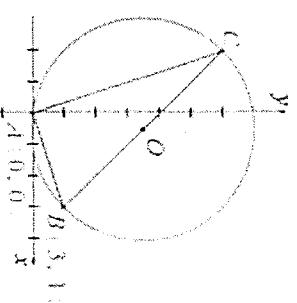
(D) 若圓 C 的圓心為點 O , 則四邊形 $PAOB$ 的面積為 $8\sqrt{21}$

(E) \overline{AB} 長度大於 8.

三. 填充題

1. 在 y 軸上有一點 $P(0, y)$ 到 $A(2, 2), B(4, 4)$ 兩點的距離相等, 求 P 點坐標.

2. 如圖, $\triangle ABC$ 是一個圓內接三角形, 其中 A 是原點, $B(3, 1)$, \overline{BC} 是直徑, 求 AC 邊的斜率?



3. 已知 $A(1, -4), B(3, -4), C(5, 0)$, 求(1) $\triangle ABC$ 的外心 (2) $\triangle ABC$ 的外接圓方程式

4. 已知圓 $C: x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$ 與直線 $L: 3x - 4y + 10 = 0$ 交於 A, B 兩點, 試求: 弦長 \overline{AB}

5. 設 $A(-2, 0), B(4, 0), P(x, y)$ 是平面上的點.

(1) 試求滿足 $\overline{AP} : \overline{BP} = 1 : 1$ 的所有點 P 所成圖形的方程式.

5. (2) 試求滿足 $\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 1$ 的所有點 P 所成圖形的方程式。

6. 求過點 $P(7, 5)$ 且與圓 $C : x^2 + y^2 - 2y = 0$ 相切的直線方程式。

7. 學校舉辦畢業旅行，這天來到一個公園，老師將一件禮物藏在公園的某處，以公園中心的一棵大榕樹為中心，由大榕樹向東走 8 步的地點設為 A ；由大榕樹向東走 6 步，再往北走 a 步的地點設為 B ；最後由大榕樹向東走 a 步，再往南走 24 步就是藏禮物的地點 C ，老師提供同學線索： $a > 0$ 及 A, B, C 三點在同一直線上，請同學找出 a 值。

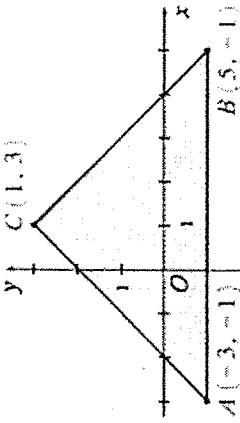
8. 求下列各圓的方程式：圓心在 $(4, -3)$ ，且與 y 軸相切。

9. 設 $A(-1, -3), B(3, 0), C(1, 3)$ ，若 $ABCD$ 為一平行四邊形，試求： D 點的坐標。

10. 設圓 $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 5$ 與直線 $L : ax + y = b$ 相切於 $A(3, 5)$ ，試求數對 (a, b)

四. 計算作圖題

如圖，老王有一塊形狀為三角形含周界的土地，在地籍圖上設平面坐標系統，三頂點坐標為 $A(-3, -1), B(5, -1), C(1, 3)$ ，請用聯立不等式將這個三角形區域範圍含邊界表示出來。



班級：_____ 姓名：_____ : 席號：_____

一. 單選題(每題 5 分)

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | 2 | |

二. 多重選擇題(至少有一個正確答案)每題 6 分,錯 1 個 3 分,錯 2 個 1 分,其餘不給分

| | |
|---|---|
| 1 | 2 |
| | |

三. 填充題

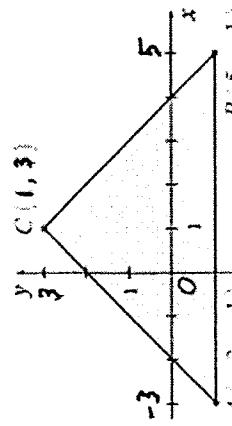
| | | | | |
|------|------|------|------|---|
| 1 | 2 | 3(1) | 3(2) | 4 |
| 5(1) | 5(2) | 6 | 7 | 8 |
| 9 | 10 | | | |

四. 計算作圖題請務必請出正確的計算過程否則不予計分

如圖，老王有一塊形狀為三角形含周界的土地，在地籍圖上設平面坐標系統，

三頂點坐標為 $A(-3, -1)$, $B(5, -1)$, $C(1, 3)$,

請用聯立不等式將這個三角形區域範圍含邊界表示出來。



答案請寫在答案卷上

一、單選題：

1. 下列哪一個數最小？ (A) $0.9^{-3.6}$ (B) $0.9^{-2.6}$ (C) $0.9^{-1.6}$ (D) $0.9^{-\sqrt{5}}$ (E) $0.9^{-\sqrt{5}}$

二、多選題：(全對算 1 格，錯 1 選項算半格，錯 2 選項 0 分)

1. 下列何者為真？

(A) $\log_2(-5)^2 = 2\log_2(-5)$ (B) $\log_2(3 \times 5) = (\log_2 3)(\log_2 5)$ (C) $\log_2 8 + \log_{\frac{1}{2}} 8 = 0$

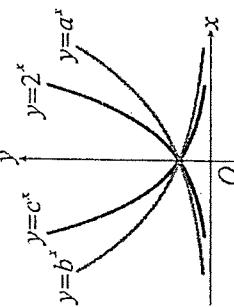
(D) $\log_2 5^3 = (\log_2 5)^3$ (E) $\log_4 9 = \log_2 3$

2. 設 $t > 0$ ，關於函數 $y = f(x) = t \log x$ 的敘述，選出所有正確的選項。

(A) 函數 $f(x)$ 的圖形為嚴格遞增函數 (B) 函數 $f(x)$ 的圖形凹口向上 (C) 函數 $f(x)$ 的圖形必過點 $(1, 0)$

(D) 函數 $f(x)$ 的圖形與任意一條鉛直線相交 (E) $f(x)$ 的圖形在 x 軸的上方

3. 指數函數 $y = a^x$ 、 $y = b^x$ 、 $y = c^x$ 與 $y = 2^x$ 的圖形如圖所示，且 $y = c^x$ 與 $y = 2^x$ 的圖形對稱於 y 軸。選出所有正確的選項。



(A) $a > 2$ (B) $1 < a < 2$ (C) $b = \frac{1}{2}$ (D) $b > c$ (E) $c < 1$

三、填充題：

1. 已知 $x \in \mathbb{R}$ ，求函數 $f(x) = 2\cos(x - \frac{\pi}{3}) - 2\cos x$ 的最大值=?

2. 在 $0 \leq x \leq \pi$ 的範圍內，求函數 $y = 3\sin x - 4\cos x$ 的最大值 M 與最小值 m ，則 $(M, m) = ?$

3. 求函數 $y = 4^x$ 與 $y = 2^{3x+2}$ 兩圖形的交點坐標。

4. 解不等式： $4^x - 2^{x+1} - 8 > 0$ 。

5. 將 $\left(\frac{2}{3}\right)^{100}$ 表示成純小數時，從小數第 _____ 位開始出現不為 0 的數字。
(已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$)

$$6. \frac{1}{\log_4 6} + \frac{1}{\log_{27} 6} + \frac{1}{\log_{12} 6} = ?$$

7. 已知 $a = \log_3 2$, $b = \log_3 5$, $c = \log_9 8$, $d = 1$, 試問 a, b, c, d 的大小關係為何?

8. 解方程式 : $\log_5(x - 2) = 1 - \log_5(x + 2)$ 。

9. 解不等式 : $\log_3(x - 4) < \log_9(x - 2)$ 。

10. 放射性元素碘 131 可用來治療甲狀腺腫瘤，其半衰期為 8 天。已知容器中有碘 131 共 200 克，經過 X 天後剩下 12.5 克，求 X 的值。

11. 解方程式 $x^{\log x} = 10^6 x$ 。

12. 試求 $(\log_3 4 + \log_7 16)(\log_9 9 - \log_{16} 3)$ 的值為 _____。

13. 設 $x = \log_2 5$ ，求 $4^x + 2^{-x}$ 的值。

14. 已知 $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$ ，求滿足 $\left(\frac{3}{4}\right)^n < \frac{1}{100}$ 的最小正整數 n 。

四、混合題:(總分 12 分)

1. 聲音的強度是用每平方公尺多少瓦特 (W/m^2) 來衡量，一般人能感覺出聲音的最小強度為 $I_0 = 10^{-12} (\text{W}/\text{m}^2)$ ；噪音監測器量度的噪音 dB (分貝) 則根據當地聲音的強度 I ，透過數學式子

$$\text{dB}(I) = 10 \times \log_{10} \frac{I}{I_0} \text{ 計算得來。}$$

(1) 一隻蚊子振動翅膀測得的聲音強度為 $10^{-12} (\text{W}/\text{m}^2)$ ，求其產生的噪音分貝數。(單選題) (3 分)

(A) 0 (B) 1 (C) 10 (D) 100 (E) 10^{-12}

(2) 汽車製造廠測試發現，某新車以每小時 60 公里速度行駛時，測得的聲音強度為 $10^{-4} (\text{W}/\text{m}^2)$ ，試問此聲音強度產生的噪音為多少分貝？(非選擇題) (4 分)

(3) 棒球比賽場中，若一支瓦斯汽笛獨鳴，測得的噪音為 45 分貝，則百支瓦斯汽笛同時同地合鳴，被測得的噪音大約為多少分貝？(非選擇題) (5 分)

高雄市立鼓山高中 111 學年度第一學期第二次段考《高二》數學科答案卷

考試範圍：數學三 A 第 4 單元(課本 D72)~第 7 單元

5 年 班 號 姓名 _____

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 格 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 得 分 | 8 | 16 | 24 | 30 | 36 | 42 | 46 | 50 | 54 | 58 | 62 | 66 | 70 | 74 | 78 | 82 | 85 | 88 |

一、單選題：

1.

二、多選題：(全對算 1 格, 錯 1 選項算半格, 錯 2 選項 0 分)

| | | |
|----|----|----|
| 1. | 2. | 3. |
|----|----|----|

三、填充題：

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |
| 6. | 7. | 8. | 9. | 10. |
| 11. | 12. | 13. | 14. | |

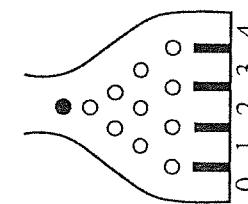
四、混合題：(總分 12 分)

1.

一、填充題：

1. 從 1，2，3，4 這 4 個數字中任取 2 個數字，求這 2 個數字乘積的期望值為何？
2. 擲 2 顆公正的骰子，令 X 表示兩顆骰子的點數乘積，若 $P(X=k)$ 有最大值，求 $k=?$

3. 彈珠檯的遊戲中，從上方放入一粒彈珠，彈珠每撞擊到釘柱時，有可能向左或向右落下而撞擊下一層的釘柱，設彈珠檯有 4 層釘柱，到最後落到下方編號 0 到編號 4 的格子中，若彈珠每次向左與向右落下的機率比為 2:1，則彈珠落到 _____ 號格子機率最大。



4. 某砲手射擊目標命中率 8 成，今對一目標射擊，他要發射幾發砲彈，方能保證擊中目標的機率在 0.99 以上。

5. 某彩券公司發行一種彩券，每張 60 元，購買者可在彩券上從 1 到 10 等十個數字中，任意圈選 5 個數字交給彩券公司，登記後留存。每月底彩券公司隨機搖出 1 到 10 中的 5 個數字，若購買者五個號碼完全相同，可得 1 萬元；若有 4 個數字相同，可得 100 元；若有 3 個數字相同者，可得 1 元，求購買一張預期會損失多少元？

6. 根據調查，某國中有 75% 的學生使用手機，今隨機抽出 5 位學生，求：
 - (1) 沒有使用手機的機率。
 - (2) 沒有使用手機人數的期望值。

7. 若 X 為離散型隨機變數， X 的機率分布如下：

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| 機率 | 0.1 | 0.2 | 0.2 | 0.3 | 0.2 |

求：(1) $E(X)$ 。 (2) $E(X^2)$ 。

(3) $E(5X+3)$ 。 (4) $\text{Var}(X)$ 。

8. 設 $X \sim B(n, p)$ ，若 $E(X)=10$ ， $\text{Var}(X)=\frac{10}{3}$ ，求數對 $(n, p)=?$ (請小心作答，沒有半對)

二、混合題：(30 分)

1. 某超商 App 為吸引用戶多多使用 App，推出玩遊戲賺點數活動，假設獎項及中獎機率如下表所示。

| 獎項 | 一等獎 | 二等獎 | 三等獎 | 四等獎 | 銘謝惠顧 |
|-------|------|------|------|-----|------|
| 點數(點) | 100 | 50 | 10 | 5 | 0 |
| 機率 | 0.01 | 0.04 | 0.25 | 0.6 | 0.1 |

假設 X 是每次玩遊戲獲得的點數，試求：

(1) $E(X)=?$ (6 分)

(2) $\text{Var}(X)=?$ (6 分)

(3) 假設每天玩一次遊戲，則一個月(30 天)後可獲得的點數期望值可否超過 300 點？(6 分)

解：

2. 袋中有紅色代幣 4 枚，綠色代幣 6 枚，以及藍色代幣 12 枚。每一枚紅色、綠色、藍色代幣分別可兌換 10 元、40 元及 50 元。現從袋中取出代幣，每一枚代幣被取出的機率相等。設隨機變數 X 代表取出 1 枚代幣可換的金額；隨機變數 Y 代表取出 2 枚代幣可兌換的金額。

(1) 試求 X 的期望值 ____ 元。(6 分)

(2) 試問 $Y \leq 50$ 的機率 $P(Y \leq 50)$ 為何？(6 分)

解：

一、填充題：(70 分)

請務必化簡為最簡分數及有理化分數 否則不予計分！

| | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| 1. | 2. | 3. | 4. |
| 5. | 6(1). | 6(2). | 7(1). |
| 7(2). | 7(3). | 7(4). | 8. |
| | | | |

二、混合題：(30 分)請詳細寫出您的計算過程，否則不予計分！

1. 某超商 App 為吸引用戶多多使用 App，推出玩遊戲賺點數活動，假設獎項及中獎機率如下表所示。

| 獎項 | 一等獎 | 二等獎 | 三等獎 | 四等獎 | 銘謝惠顧 |
|-------|------|------|------|-----|------|
| 點數(點) | 100 | 50 | 10 | 5 | 0 |
| 機率 | 0.01 | 0.04 | 0.25 | 0.6 | 0.1 |

假設 X 是每次玩遊戲獲得的點數，試求：

(1) $E(X) = ?$ (6 分)

(2) $\text{Var}(X) = ?$ (6 分)

- (3) 假設每天玩一次遊戲，則一個月(30 天)後可獲得的點數期望值可否超過 300 點？(6 分)

解：

(1)

(2)

(3)

2. 袋中有紅色代幣 4 枚，綠色代幣 6 枚，以及藍色代幣 12 枚。每一枚紅色、綠色、藍色代幣分別可兌換 10 元、40 元及 50 元。現從袋中取出代幣，每一枚代幣被取出的機率相等。設隨機變數 X 代表取出 1 枚代幣可換的金額；隨機變數 Y 代表取出 2 枚代幣可兌換的金額。

(1) 試求 X 的期望值 元。(6 分)

(2) 試問 $Y \leq 50$ 的機率 $P(Y \leq 50)$ 為何？(6 分)

解：

(1)

(2)

| 答對題數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 得分 | 10 | 20 | 28 | 36 | 42 | 48 | 54 | 58 | 62 | 66 | 68 | 70 |

高雄市立鼓山高中 111 學年第一學期 第二次月考試題

高二社會組數學乙 範圍：選修數學乙下冊第三章全部

年 班 座號 姓名 分數 _____

一、填充題：

1. 本縣市為籌措經費而發行彩券，每張 100 元。每 100 萬張，即有頭獎 1000 萬元 1 張，貳獎 100 萬元 10 張，參獎 10 萬元 100 張，未獎 1000 元 1000 張，則太雄買一張彩券，你預期太雄損失 _____ 元。

2. 投擲一枚均勻硬幣，直到出現二正面或三反面就停止，則投擲次數的期望值 _____ 。

3. 將 5 粒球任意分配到 3 個不同的箱子，則空箱子個數的期望值為 _____ 。

4. 設袋中有 4 紅球、6 白球，從中任取 3 球，求所得紅球數的期望值為 _____ 。

5. 鼓山家電產品的大賣場，根據資料統計得每月被退貨的件數與機率分配如下：

| | | | | | | |
|----|------|-----|-----|-----|-----|------|
| 件數 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 機率 | 0.16 | 0.2 | 0.3 | 0.2 | 0.1 | 0.04 |

則每月被退貨件數的變異數為 _____ 。

6. 保險公司售出一年期的住宅房屋火險，設其保險額為 100 萬元，保險費為 2000 元，依過去資料顯示，住宅房屋發生火災的機率為 0.0015，則保險公司的利潤期望值為 _____ 元。

7. 設 $X \sim B(n, p)$ ，若 $E(X) = 10$ ， $\text{Var}(X) = \frac{10}{3}$ ，求數對 $(n, p) = ?$ (請小心作答，沒有半對)

8. 小勛罰球命中率為 8 成，如果每次罰球命中是獨立事件，則 3 次罰球中，命中 2 次的機率是 _____ 。

9. 一袋中有 4 個白球，2 個紅球，每球被取中之機會均等，今從袋中任取 3 球，令 X 代表取出白球個數的隨機變數，試求：
(1) X 的期望值。
(2) X 的標準差。

10. 投擲一公正的骰子 5 次，則至少出現 4 次偶數點的機率為 _____ 。

11. 盒中有相同的紙牌 10 張，其中 2 張標示 20 點、3 張標示 10 點、5 張標示 5 點。今從中任取兩張，則這兩張點數和的期望值為 _____ 。

二、混合題：(20分)

1. 某飲料店推出滿百享折扣的活動，只要購買的飲料總金額超過一百元即可玩幸運轉盤一次。

| 獎項 | 一獎: 5 折 | 二獎: 8 折 | 三獎: 折 10 元 |
|----|---------|---------|------------|
| 機率 | 0.1 | 0.2 | 0.3 |

小美訂了 120 元的飲料，可以玩一次幸運轉盤。

(1) 小美這次需付原價的機率？(4 分)(請簡單說明理由)

- (1)0.1 (2)0.2 (3)0.3 (4)0.4 (5)0.5

(2) 該次小美付款的期望值為何？(8 分)

(3) 若小美連續一星期都來玩一次轉盤，則轉到一獎的次數標準差為何？(8 分)
答：

一、填充題：(80 分)

請務必化簡為最簡分數及有理化分數 否則不予計分！

| | | | |
|-------|-------|-----|-----|
| 1. | 2. | 3. | 4. |
| 5. | 6. | 7. | 8. |
| 9(1). | 9(2). | 10. | 11. |
| | | | |

二、混合題：(20 分)請詳細寫出您的計算過程，否則不予計分！

1. 某飲料店推出滿百享折扣的活動，只要購買的飲料總金額超過一百元即可玩幸運轉盤一次。

| | | | |
|----|---------|---------|------------|
| 獎項 | 一獎: 5 折 | 二獎: 8 折 | 三獎: 折 10 元 |
| 機率 | 0.1 | 0.2 | 0.3 |

小美訂了 120 元的飲料，可以玩一次幸運轉盤。

(1) 小美這次需付原價的機率？(4 分)(請簡單說明理由)

(1)0.1 (2)0.2 (3)0.3 (4)0.4 (5)0.5

(2) 該次小美付款的期望值為何？(8 分)

(3) 若小美連續一星期都來玩一次轉盤，則轉到一獎的次數標準差為何？(8 分)
解：

(1)

(2)

(3)

| | | | | | | | | | | | | |
|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 答對題數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 得分 | 10 | 20 | 28 | 36 | 44 | 50 | 56 | 62 | 68 | 72 | 76 | 80 |

