高雄市立鼓山高中111學年度第二學期高三第一次段考《自然組》數學科試題卷

考試範圍：翰林版選修數學甲(下)第一章 二次曲線+選修數學甲(上)1-1~1-2 無窮等比級數

適用班級：601~603　　班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____ .

注意事項：請將答案直接填入答案卷，否則不予計分。

一、多重選擇題（每題 6 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分，其餘 0 分，共計 18 分）

1. 下列各無窮數列中，哪些是收斂數列？

(A) $\left\langle \frac{(-1)^n}{2} \right\rangle$　(B) $\left\langle (-\frac{1}{2})^n \right\rangle$　(C) $\left\langle \frac{n}{n+1} \right\rangle$　(D) $\left\langle \frac{3^{2n}}{5^n} \right\rangle$　(E) $\left\langle \frac{3^n+4^n}{5^n} \right\rangle$

2. 下列哪些二次曲線與 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ 共焦點？

(A) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$　(B) $-\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}=1$　(C) $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{2}=1$　(D) $2x^2-3y^2=30$　(E) $3x^2+2y^2=30$

3. 已知坐標平面上三點 $A(3,0)$，$B(-3,0)$，$P(x,y)$，下列敘述哪些正確？

(A) 若 $\overline{PA}+\overline{PB}=8$，則 P 點的軌跡是一個橢圓

(B) 若 $\overline{PA}+\overline{PB}=6$，則 P 點的軌跡是一個橢圓

(C) 若 $\overline{PA}+\overline{PB}=4$，則 P 點的軌跡是一線段

(D) 若 $|\overline{PA}-\overline{PB}|=2$，則 P 點的軌跡是一雙曲線。

(E) 若 $\overline{PA}-\overline{PB}=0$，則 P 點的軌跡是一條直線

二、 填充題（配分詳見配分表，共計 70 分）

1. 試求無窮等比級數 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4^n}$ 的和。

2. 試求無窮級數 $0.9+0.099+0.00999+\cdots$ 的和。

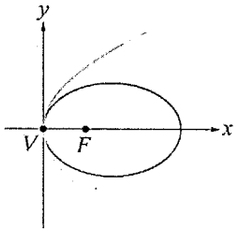
3. 試求 $\lim_{n\to\infty}(1-\frac{3}{n}+\frac{5}{n^2})$ 的值。

4. 試求 $\lim_{n\to\infty}\frac{n}{n+1}$ 的值。

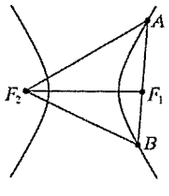
5. 試求 $\lim_{n\to\infty}(\frac{n}{n+1})^n$ 的值。

6. 試求 $\lim_{n\to\infty}\frac{\cos n\pi}{n}$ 的值。

7. 如圖，拋物線 $y^2=4x$ 的頂點 V 與焦點 F 正好是另一橢圓的頂點與焦點，若此橢圓短軸的長度是3，試求此橢圓長軸的長度。



8. 如圖，若 F_1，F_2 為雙曲線 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ 的兩個焦點，已知過 F_1 的直線與雙曲線同一支交於 A、B 兩點，且 $\overline{AB}=7$，試求 $\overline{AF_2}+\overline{BF_2}$。



9. 試求一焦點為 $(6,6)$，短軸在 $y=3$ 上，且短軸長為8的橢圓方程式。

10. 試求漸近線方程式為 $2x+y=0$ 與 $2x-y=0$，且通過點 $(0,-4)$ 的雙曲線方程式。

三、混合題（共計 12 分）※請將計算過程直接填寫在答案卷上

將橢圓 $\Gamma_1:\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$ 以原點 O 為中心，依逆時針方向旋轉銳角 θ 後，得到橢圓 Γ_2。設橢圓 Γ_2 的短軸方程式為 $y=\sqrt{3}x$。

1. 試求 θ。(填充題，4 分)

2. 試求橢圓 Γ_2 的方程式。(非選擇題，需列出詳細計算過程才予以計分，8 分)

高雄市立鼓山高中111學年度第二學期高三第一次段考《自然組》數學科答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____ .

一、多重選擇題（每題6分，錯一個選項得4分，錯兩個選項得2分，其餘0分，共計18分）

1	2	3

二、填充題（配分詳見配分表，共計70分）

答對數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	0	10	20	30	38	46	52	58	62	66	70

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

三、混合題(共計12分)

1.（填充題，4分）	
2.（非選擇題，需列出詳細計算過程才予以計分，8分）	

高雄市立鼓山高中111學年度第二學期高三第一次段考《社會組》數學科試題卷

考試範圍：翰林版選修數學乙(上)第一章 極限與函數

適用班級：604~607　　班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____ .

注意事項：請將答案直接填入答案卷，否則不予計分。

一、多重選擇題（每題6分，錯一個選項得4分，錯兩個選項得2分，其餘0分，共計18分）

1. 下列各無窮數列中，哪些是收斂數列？

(A) $\left\langle \frac{(-1)^n}{2} \right\rangle$　(B) $\left\langle (-\frac{1}{2})^n \right\rangle$　(C) $\left\langle \frac{n}{n+1} \right\rangle$　(D) $\left\langle \frac{3^{2n}}{5^n} \right\rangle$　(E) $\left\langle \frac{3^n+4^n}{5^n} \right\rangle$

2. 下列各函數中，哪些是奇函數？

(A) $f_1(x)=\cos x$　(B) $f_2(x)=|x|$　(C) $f_3(x)=\frac{1}{x}$　(D) $f_4(x)=[x]$　(E) $f_5(x)=\sqrt{x}$

3. 假設 $f(x)=x^3-4x^2+x+5$，已知 $f(x)=0$ 有3個根，試問 $f(x)=0$ 在哪些連續整數之間有實根？

(A) $-1,0$ 之間　(B) $0,1$ 之間　(C) $1,2$ 之間　(D) $2,3$ 之間　(E) $3,4$ 之間

二、填充題（配分詳見配分表，共計68分）

1. 設函數 $f(x)=[x]$，$g(x)=\frac{1}{x}$，試求 $(f\circ g)(2023)$ 的值。

2. 設 $\sum_{k=1}^{2023} a_k=3$，$\sum_{k=1}^{2023} b_k=21$，試求 $\sum_{k=1}^{2023}(6a_k-b_k)$ 的值。

3. 試求無窮等比級數 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ 的和。

4. 試求 $\lim_{n\to\infty}\frac{2n^2+n}{4n^3-3n^2+2n-1}$ 的值。

5. 試求 $\lim_{n\to\infty}\frac{1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2}{n^3}$ 的值。

6. 試求 $\lim_{n\to\infty}\frac{1+3+3^2+\cdots+3^n}{3^n}$ 的值。

7. 試求 $\lim\limits_{x\to 1}\left((x+1)(x+3)(x+5)\right)$ 的值。

8. 試求 $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\frac{1}{x}-\frac{1}{2}}{x-2}$ 的值。

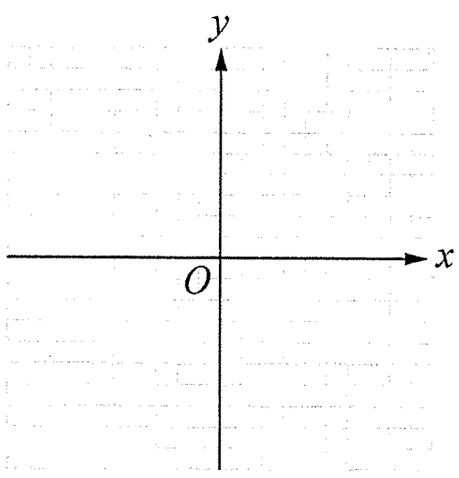
9. 已知 $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+2x+k}{x-3}$ 存在，試求此極限的值。

10. 已知符號[ ]為<u>高斯</u>符號，而 $[x]$ 表示小於或等於 x 的最大整數，即 $x-1<[x]\le x$，試求 $\lim\limits_{x\to 0} x\,[\dfrac{1}{x}]$ 的值。

三、混合題（共計 14 分）$\boxed{\text{※請將計算過程直接填寫在答案卷上}}$

假設絕對值函數 $y=f(x)=|x|$，試回答以下問題：

1. 試描繪 $y=f(x)=|x|$ 的圖形。(作圖題，4 分)



2. 試求 $\lim\limits_{x\to 0}|x|$ 的值。(填充題，4 分)

3. 請問函數 $f(x)$ 在 $x=0$ 處是否連續，請說明你的理由。(非選擇題，需列出詳細計算過程才予以計分，6 分)

高雄市立鼓山高中111學年度第二學期高三第一次段考《社會組》數學科答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____ .

一、多重選擇題（每題6分，錯一個選項得4分，錯兩個選項得2分，其餘0分，共計18分）

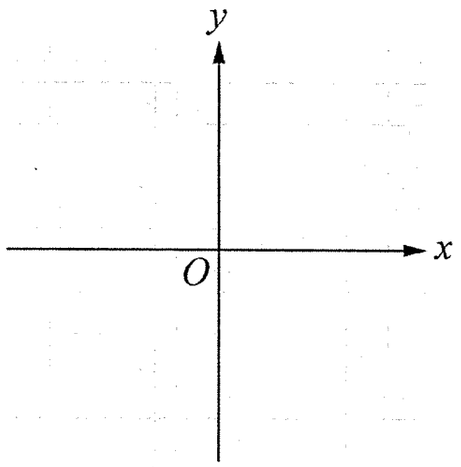
1	2	3

二、填充題（配分詳見配分表，共計68分）

答對數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	0	10	20	28	36	42	48	54	60	64	68

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

三、混合題(共計14分)

1.（作圖題，4分）	
2.（填充題，4分）	

3.（非選擇題，需列出詳細計算過程才予以計分，6分）

高雄市立鼓山高中 111 學年度 第二學期　高二數 A 第一次月考

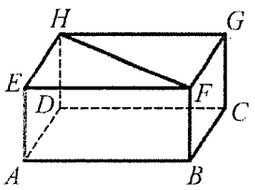
試題卷　　範圍　單元 1~3

總分	

班級：_____　座號：_____　姓名：_____

一、多選題(10 題，每題 5 分，錯一個選項得 2.5 分，共 50 分)

1. (　　) 下圖是一個長方體，下列哪些直線與直線 AE 歪斜？



(A)直線 AB　(B)直線 DH　(C)直線 FG　(D)直線 FH　(E) 直線 CD

2. (　　) 關於空間的敘述，下列何者正確？　(A)相異三點恰可決定一平面　(B)相異兩直線必有公垂線　(C)一線段的中垂線恰有一條　(D)一線段的垂直平分面恰有一個　(E)兩歪斜線在平面上的正射影為相交的兩直線

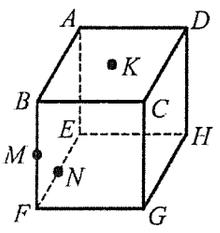
3. (　　) 下列哪些向量與 $\vec{a}\times\vec{b}$ 垂直？　(A) $\vec{a}$　(B) $3\vec{a}$　(C) $\vec{a}+\vec{b}$　(D) $5\vec{a}-3\vec{b}$　(E) $\vec{b}\times\vec{a}$

4. (　　) 空間中兩平行直線在平面上的正射影可能是？　(A)兩相交直線　(B)兩平行直線　(C)兩重合直線

(D)一點　(E)兩點

5. (　　) 設 $P(-1,-5,k)$、$O(0,0,0)$、$A(-2,2,1)$、$B(-3,-6,3)$，若 $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$，則下列選項哪些是正確的？　(A) $k=\frac{2}{3}$　(B) $x=-\frac{1}{2}$　(C) $y=\frac{2}{3}$　(D) $k=\frac{3}{2}$　(E) $x+y=-\frac{1}{6}$

6. (　　) 如圖，設正立方體 $ABCD\text{-}EFGH$ 的邊長為 4，K 點是正方形 $ABCD$ 的中心，M、N 分別是線段 BF、EF 的中點，則下列哪些選項是正確的？



(A) $\overrightarrow{KM}\cdot\overrightarrow{KN}=12$　(B) $\overrightarrow{KM}\cdot\overrightarrow{MN}=0$　(C) $\triangle KMN$ 為直角三角形　(D) $\left|\overrightarrow{KM}\right|=3\sqrt{2}$　(E) $\triangle KMN$ 的面積為 6

7. (　　) 設 $\vec{a}=(2,1,t)$，$\vec{b}=(k,2,-4)$，若 $\vec{a}\times\vec{b}=(2,c,1)$，則下列選項哪些正確？　(A) $t=3$　(B) $k=-3$　(C) $t+k=0$　(D) $c=-1$　(E) $t+k+c=-1$

8. (　　) 在空間中，試問下列敘述何者為真？　(A)若相異兩平面 E_1、E_2 平行，且直線 L_1 在 E_1 上，直線 L_2 在 E_2 上，則 L_1、L_2 可能平行或歪斜　(B)通過某直線外一點有不只一個平面與此直線平行　(C)可以找到相異四點，使得任兩點的距離均相等　(D)可以找到一直線與兩相異直線均垂直　(E)平行於同一平面的兩相異直線必互相平行

9. (　　) 設 $\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$ 是空間中不平行的非零向量，則下列選項哪些正確？　(A) $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{b}\times\vec{a}$　(B) $\left|2\vec{a}\times3\vec{b}\right|=\left|3\vec{a}\times2\vec{b}\right|$　(C) $\vec{a}\cdot\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)=0$　(D) $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\cos\theta$　(E) $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=\frac{1}{2}\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\sin\theta$

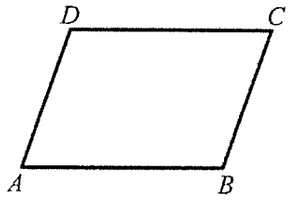
10. (　　) 設 $\vec{a}=(-1,3,4)$，$\vec{b}=(2,1,-3)$，則下列選項哪些正確？　(A) $\vec{a}\cdot\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)=0$　(B) $\vec{b}$ 垂直 $\vec{a}\times\vec{b}$

(C) $\vec{a}\times\vec{b}=(13,-5,7)$　(D) $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 所決定的平行四邊形面積為 $\frac{9\sqrt{3}}{2}$

(E) $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 所決定的三角形面積為 $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

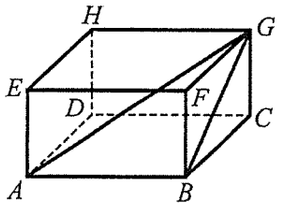
二、填充題(10 格，共 50 分)

1. 空間中，已知 $A(-1,3,5)$ ，$B(3,3,3)$ ，$C(6,3,5)$ 為平行四邊形 $ABCD$ 的三個頂點，則 D 點坐標為_____。

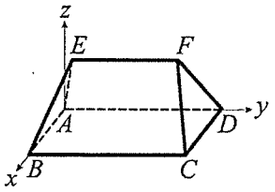


2. 設 $\overrightarrow{OA}$ ，$\overrightarrow{OB}$ 為空間中兩個不平行的非零向量，且令 $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$ 。若滿足 $-\frac{3}{2}\le x\le\frac{1}{2}$ ，$-1\le y\le\frac{5}{2}$ ，則所有 P 點所形成區域的面積是 $\overrightarrow{OA}$ 與 $\overrightarrow{OB}$ 決定的平行四邊形面積的_____倍。

3. 如圖為長方體，若 $\overline{BG}=4$ ，$\overline{AG}=6$ ，則 $\overline{AB}=$_____。



4. 如圖，坐標中有屋頂形狀的五面體 $EF-ABCD$ ，$A(0,0,0)$ ，B 在 x 軸的正向上，D 點在 y 軸的正向上，底面長方形 $ABCD$ 的長與寬分別為 $\overline{BC}=12$ 、$\overline{AB}=4$ ，且 $\overline{EF}=8$ 、$\overline{AE}=\overline{BE}=\overline{CF}=\overline{DF}=6$ ，求 F 點的坐標為_____。



5. 已知 $A(9,3,1)$ ，$B(6,4,3)$ ，$C(0,6,k)$ 為空間中三點，若 A ，B ，C 三點共線，則 $k=$_____。

6. 已知空間中二向量 $\vec{a}=(-1,-3,-3)$ ，$\vec{b}=(-2,0,-6)$ ，則 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 的正射影長為_____。

7. 已知 $\vec{a}=(2,0,-2)$ ，$\vec{b}=(0,1,-1)$ ， 求 $|\vec{a}+t\vec{b}|$ 的最小值為_____。

8. 已知 $A(1,-1,3)$，$B(4,5,0)$，若 P 為直線 AB 上一點且 $\overline{PA}:\overline{PB}=1:2$，則
若 P 在 $\overline{AB}$ 上，則 P 點坐標為_____。

9. 已知 x，y，z 滿足 $x^2+4y^2+4z^2=12$，則

$x+2y-2z$ 的最大值 M 為①_____，此時數對 $(x,y,z)=$ ②_____。

高雄市立鼓山高中 111 學年度 第二學期　高二數 A 第一次月考

答案卷　　範圍　單元 1~3

總分	

班級：_____　座號：_____　姓名：_____

請使用黑筆或藍筆作答 (鉛筆作答者不予計分)

一、　多選題(10 題，每題 5 分，錯一個選項得 2.5 分，錯二個選項不給分，共 50 分)

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

二、填充題(10 格，每格 5 分，共 50 分)

1	2	3	4	5
6	7	8	9①	9②

313

高雄市立鼓山高中 111 學年第二學期 高一數學科第一次段考 題目卷

＊務必把答案寫在答案卷上,否則不予計分

一.單選題

1. 下列何者不正確?

(A)若等差數列的 $a_1=3, a_{n+1}-a_n=5$, 則第 10 項為 48.

(B) 若等比數列〈a_n〉的首項為 3 且 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=2$, 則第 5 項為 48.

(C) 設 $a_1=1$ 且 $a_1, a_2, a_3, \cdots\cdots$為等差數列, 若 $a_{100}<0$, 則 $a_{1000}<0$.

(D) 設 $a_1=1$ 且 $a_1, a_2, a_3, \cdots\cdots$為等差數列, 若 $a_{100}>0$, 則 $a_{1000}>0$.

(E) 設實數組成的數列〈a_n〉是公比為-0.8 的等比數列, 則 $a_9 \cdot a_{10}<0$.

2. 有甲、乙、丙三種美元計價的高收益基金, 過去四年的投資報酬率如下表.

	第一年	第二年	第三年	第四年
甲基金	5%	8%	−6%	10%
乙基金	10%	5%	8%	−8%
丙基金	6%	10%	8%	−5%

試比較這三種基金四年的平均年成長率的大小, 選出正確的選項.

(A)甲 > 乙 > 丙 (B)丙 > 甲 > 乙 (C)甲 > 丙 > 乙 (D)丙 > 乙 > 甲 (E)乙 > 甲 > 丙

3. 某校期中考試有 29 名考生，且成績均相異，統計後得到位於第 25、第 50、第 75 與第 95 百分位數的考生成績分別為 41、60、74 與 92 分。後來發現成績有誤需要調整分數，成績較高的前 15 名學生的分數應該要各加 5 分，其餘學生成績不變。假設調整後第 25、第 50、第 75 與第 95 百分位數的考生成績分別為 a、b、c 與 d 分，則數組 (a,b,c,d) 為下列哪個選項？

(A) (41, 60, 74, 92) (B) (41, 60, 74, 97) (C) (41, 65, 79, 97) (D) (46, 65, 79, 92) (E) (46, 65, 79, 97)

二. 多重選擇題(至少有一個正確答案)

1. 甲、乙兩班各有 40 位同學參加某次數學考試（總分為 100 分），考試後甲、乙兩班分別以 $y_1 = 0.8x_1 + 20$ 和 $y_2 = 0.75x_2 + 25$ 的方式來調整分數，其中 x_1, x_2 分別代表甲、乙兩班的原始考試分數，y_1, y_2 分別代表甲、乙兩班調整後的分數。已知調整後兩班的平均分數均為 60 分，調整後的標準差分別為 16 分和 15 分。試選出正確的選項。

(A) 甲班每位同學調整後的分數均不低於其原始分數

(B) 甲班原始分數的平均分數比乙班原始分數的平均分數高

(C) 甲班原始分數的標準差比乙班原始分數的標準差高

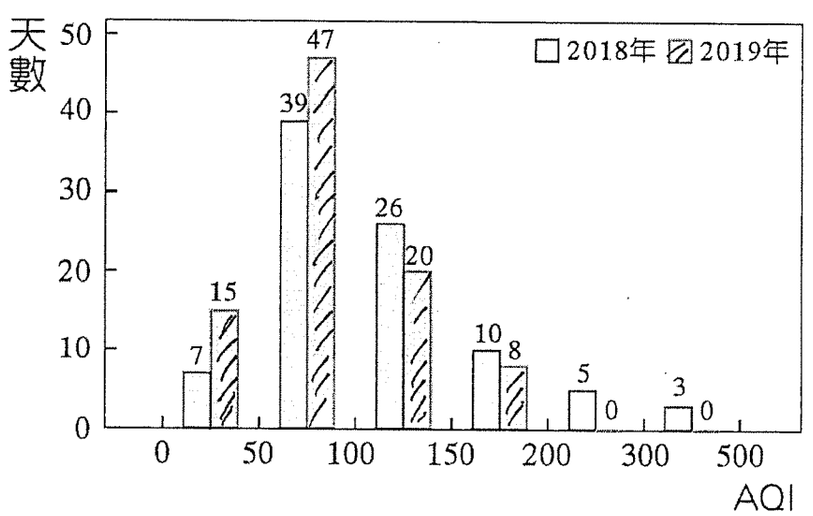
(D) 若甲班 A 同學調整後的分數比乙班 B 同學調整後的分數高，則 A 同學的原始分數比 B 同學的原始分數高

(E) 若甲班調整後不及格（小於 60 分）的人數比乙班調整後不及格的人數多，則甲班原始分數不及格的人數必定比乙班原始分數不及格的人數多

2. 空氣品質指標（AQI）為依據監測資料將當日空氣中臭氧（O_3）、細懸浮微粒（$PM_{2.5}$）、懸浮微粒（PM_{10}）、一氧化碳（CO）、二氧化硫（SO_2）及二氧化氮（NO_2）濃度等數值，以其對人體健康的影響程度，分別換算出不同污染物之副指標值，再以當日各副指標之最大值為該測站當日之空氣品質指標值，並按照指數高低而劃分，如下表所示.

AQI 指標	AQI	0～50	51～100	101～150	151～200	201～300	301～500
	對健康的影響	良好	普通	對敏感族群不健康	對所有族群不健康	非常不健康	危害
	代表顏色	綠	黃	橘	紅	紫	褐紅

下圖為甲地區 2018 年與 2019 年 1 月至 3 月共 90 天空氣品質指標（AQI）的直方圖.



二. 多重選擇題

2. 根據上述資料, 試回答下列問題.試選出所有正確的選項.

(A) 2018 年 AQI 值高於 100 的有 44 天

(B) 2018 年 AQI 值的中位數落在普通等級

(C) 2019 年 AQI 值的中位數落在普通等級

(D) 2018 年 AQI 值的標準差大於 2019 年的 AQI 值的標準差

(E) 2019 年的空氣品質相對於 2018 年同期的空氣品質有改善.

3. 友善高中高二有 400 位學生，於第一次期中考的數學平均分數為 62 分，標準差 8 分；英文平均分數為 65 分，標準差 5 分，已知友善高中高二學生小華數學 60 分，英文 64 分，則下列選項哪些正確？

(A)小華數學成績的標準化值為 0.25

(B)小華數學成績的標準化值為 -0.25

(C)小華英文成績的標準化值為 0.2

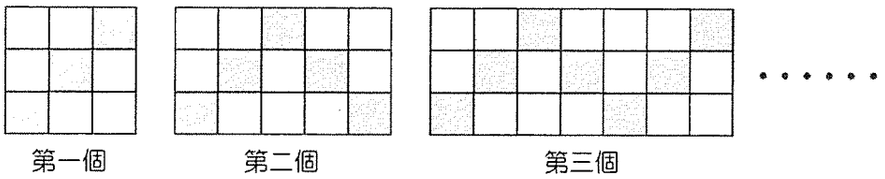
（D）小華英文成績的標進化值為-0.2

(E)小華於第一次期中考英文的表現比數學好。

三. 填空題

1.小明想將部分年終獎金儲蓄, 每年年初在銀行定存 10 萬元, 作為將來退休基金, 銀行定存每年以複利計息一次, 年利率為 1.5%, 試問 30 年後的那年年底, 他在該銀行帳戶共約有多少元？(已知$(1.015)^{30} \approx 1.563$)(答案單位為元)

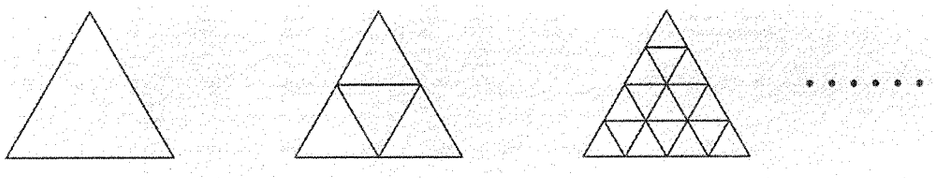
2. 若小明的房間要重新裝修, 她用灰、白兩色的正方形地磚依照如下的規律拼成若干圖形：由左往右開始, 第一行第三列、第二行第二列、第三行第一列、第四行第二列、第五行第三列、……為灰色地磚, 其餘均為白色地磚且地磚數目逐漸增加. 設 a_n 表示第 n 個圖形所需用到白色地磚個數, 試求第 100 個圖形需用到多少個白色地磚？



第一個　　第二個　　第三個

3. 下列第一個圖為一正三角形，將此正三角形的三邊中點連接形成第二個圖，再將第二個圖中所有正三角形的三邊中點連接形成第三個圖，……，依此類推．設 a_n 表第 n 個圖中邊長最小的正三角形個數．

(1)試求數列〈a_n〉的遞迴關係式．　　(2)請用 n 表示一般項 a_n．



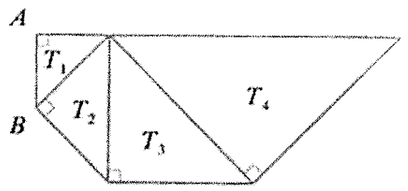
第一個　　第二個　　第三個

4. 已知三正數成等差數列，其和為 15，若這三數依次分別加 1, 4, 19，則三數成等比數列，求原來的三數．

5. 試求下列各等差級數的和：$1+3+5+\cdots+(2n-1)$．

6. 設〈a_n〉為一等比數列，已知 $a_2=-2$, $a_5=16$，且公比 r 為實數．試求前 10 項的和．

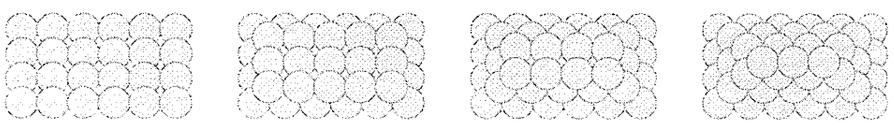
7. 右圖中，已知 $\overline{AB}=1$, T_1, T_2, T_3, T_4 為四個相似的等腰直角三角形，求這四個三角形的面積總和．



8. 等差數列 4, 8, 12, 16, 20, ……，試問從第一項要加到第幾項，總和才會超過 550？

9. 一等差數列〈a_n〉共有 n 項，已知首 4 項的和為 10，末 4 項的和為 50，且此 n 項的總和為 150，試求 n 的值．

10. 下圖表示長方形垛的疊法．



今小明買進一批柳丁，恰可將全部的柳丁堆成20層的長方形垛，已知最底層的長邊有22個，短邊有20個，最上層長邊有 3 個，短邊有 1 個，試求全部的柳丁共有幾個？

四. 混合題

已知對所有自然數 n, $2^{n+2}+7^n$ 是某一個質數 p 的倍數

1. 試求出 p.（單選題）

   (1) 2　(2) 3　(3) 5　(4) 7　(5) 13.

2. 請用數學歸納法證明之.

高雄市立鼓山高中 111 學年第二學期 高一數學科第一次段考 答案卷

班級: _____ 姓名: _____ : 座號: _____

一. 單選題每題 5 分

1	2	3

二 .多重選擇題(至少有一個正確答案)每題 6 分,錯 1 個 3 分,錯 2 個 1 分,其餘不給分

1	2	3

三. 填充題

1	2	3(1)	3(2)	4	5
6	7	8	9	10	

四. 混合題

已知對所有自然數 n, $2^{n+2}+7^n$ 是某一個質數 p 的倍數

1. 試求出 p. (單選題)

(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 13.

2. 請用數學歸納法證明之.