

高雄市立鼓山高中 111 學年度第二學期第三次段考四年級數學科試題

一、是非題：每題 2 分，共 16 分

- () 1. 一隨機試驗的樣本空間 S 含有 3 個樣本點，則其事件共有 8 個.
- () 2. 若 A 與 B 為樣本空間 S 的兩互斥事件，則 $P(A \cap B) = 0$.
- () 3. θ 為銳角，則 $0 < \sin \theta < 1$ 且 $0 < \cos \theta < 1$.
- () 4. $\sin^2 53^\circ + \cos^2 37^\circ = 1$.
- () 5. 設 θ 為廣義角且 θ 不為象限角，則 $\sin(180^\circ - \theta) = -\sin \theta$.
- () 6. 給定 P 點的直角坐標，則其極坐標唯一確定.
- () 7. 設 θ 為廣義角且 θ 不為象限角，則 θ 的終邊與單位圓的交點坐標即為 $(\cos \theta, \sin \theta)$.
- () 8. 在 $\triangle ABC$ 中， $a : b : c = \angle A : \angle B : \angle C$ 恆成立.

二、單選題：每題 5 分，共 15 分

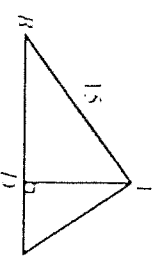
- () 1. 設 A 、 B 為樣本空間中兩互斥事件，且 $P(A) = \frac{3}{4}$ 、 $P(A \cup B) = \frac{6}{7}$ ，則 $P(A' \cap B) = ?$
- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{3}{14}$ (E) $\frac{3}{28}$.
- () 2. 設 $\triangle ABC$ 為直角三角形，其中 $\angle C = 90^\circ$ ，已知 $\overline{AB} = 13$ ， $\overline{AC} = 12$ ，試求 $\sin A = ?$
- (A) $\frac{5}{13}$ (B) $\frac{12}{13}$ (C) $\frac{12}{5}$ (D) $\frac{5}{12}$ (E) $\frac{13}{12}$.
- () 3. 設 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ ，若 $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2}$ ，則 $\frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{\cos \theta} = ?$
- (A) $5\sqrt{2}$ (B) $4\sqrt{2}$ (C) $3\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}$ (E) $\sqrt{2}$.

三、多選題：每題 8 分，共 24 分(錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分)

- () 1. 設 S 表投擲一般子的樣本空間， A 表示出現奇數點的事件， B 表示出現偶數點的事件， C 表示點數大於 3 的事件，則下列敘述何者正確？
- (A) A 的餘事件為 $\{2, 4, 6\}$
- (B) B 與 C 的和事件為 $\{4, 6\}$
- (C) B 與 C 的積事件為 $\{2, 4, 5, 6\}$
- (D) A 、 B 為互斥事件
- (E) A 、 C 為互斥事件.
- () 2. 設直角 $\triangle ABC$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，若 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 4$ ，則下列哪些正確？
- (A) $\sin A = \frac{4}{5}$ (B) $\cos A = \frac{3}{5}$ (C) $\tan A = \frac{3}{4}$ (D) $\cos B = \frac{4}{5}$ (E) $\tan B = \frac{4}{3}$.
- () 3. 若以下各角皆為廣義角，試判斷下列敘述哪些正確？
- (A) 若 $\theta = \varphi + 360^\circ$ ，則 θ ， φ 為同界角
- (B) $\cos \theta \cdot \tan \theta = \sin \theta$
- (C) 若 $\sin \theta < 0$ 且 $\tan \theta < 0$ ，則 θ 為第四象限角
- (D) 1200° 為第四象限角
- (E) 若 $\sin \theta = \frac{1}{2}$ ，則 $\theta = 30^\circ$ 或 150° .

四、填充題：共 45 分

1. 已知小明投擲二顆公正的骰子一次，求其出現的點數和為 5 的機率為_____.
2. 已知袋中有 3 紅球、4 綠球，鐵雄每次從袋中取一球，取後不放回，求紅球先取完的機率_____.
3. 設 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，則 $\triangle ABC$ 之面積為_____.
4. 設一袋中 4 個紅球，6 個白球，從中任取 2 個，則所得紅球數的期望值為_____.
5. 試求 $\sin 30^\circ - \cos 120^\circ + \tan 45^\circ =$ _____.
6. 設 θ 為銳角，已知 $\tan \theta = \frac{4}{3}$ ，則 $(\sin \theta, \cos \theta) =$ _____.
7. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = 15$ ， $\sin B = \frac{3}{5}$ ， $\tan C = 3$ ，則 $\overline{BC} =$ _____.



8. 若 $\sin 1050^\circ = a$ ， $\tan 225^\circ = b$ ，則 $(a, b) =$ _____.

9. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 5 : 7$ ，求最大內角的角度為_____.

10. 設山頂有一塔，塔高為 40 公尺，若某人自地面某點測得山頂、塔頂的仰角分別為 30° ， 45° ，則山高為_____公尺.

填充題配分

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	6	12	18	24	30	34	38	42	44	45

高雄市立鼓山高中 111 學年度第二學期第三次段考四年級數學科作答卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、是非題：每題 2 分，共 16 分

1	2	3	4	5	6	7	8

二、單選題：每題 5 分，共 15 分

1	2	3

三、多選題：每題 8 分，共 24 分(錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分)

1	2	3

四、填充題：共 45 分

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	6	12	18	24	30	34	38	42	44	45

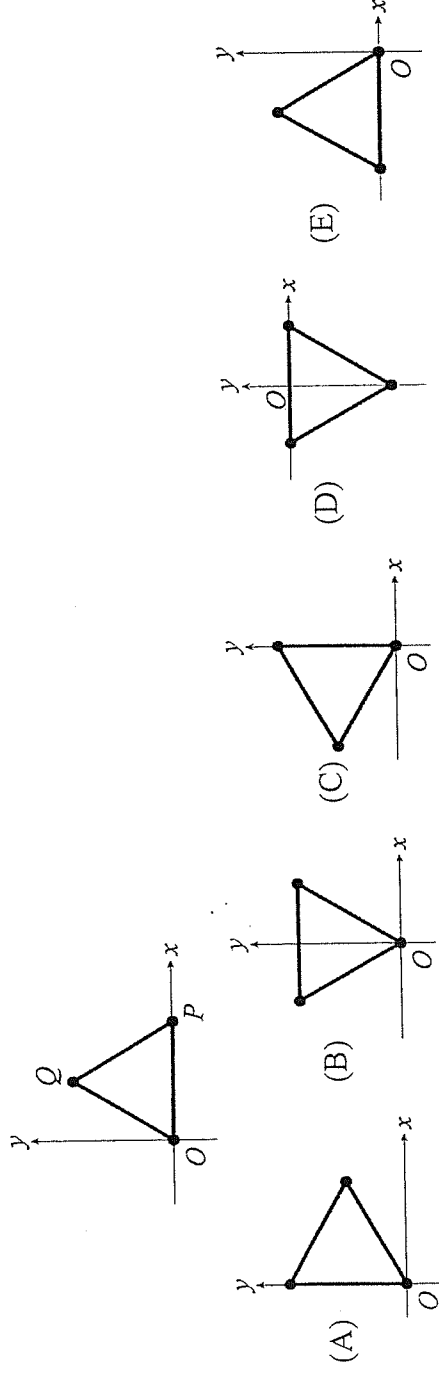
高雄市立鼓山高中 111 學年度第二學期第三次段考《高二》數學科試題卷

考試範圍：數學四 A 第 8 單元~第 10 單元

答案請寫在答案卷上

一、單選題：

1. 已知正三角形 OPQ 如圖所示。下列哪一個為正三角形 OPQ 經矩陣 $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 之線性變換後的圖形？



二、多選題：

1. 小迷糊使用高斯消去法，在紙上解三元一次聯立方程式如下：

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & a & 8 \\ 0 & 5 & -3 & b \\ 0 & 1 & c & -15 \end{bmatrix} \rightarrow \dots \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ 其中數字 } a、b、c \text{ 不慎污損，下列何者為真？}$$

- (A) $a = 1$ (B) $b = -18$ (C) $b = -3$ (D) $c = 1$ (E) $c = -12$

2. 下列哪些增廣矩陣所表示的一次聯立方程式恰有一組解？

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{bmatrix} \quad \text{(A)} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(B)} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(C)} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{(D)} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{(E)}$$

3. 已知 $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2x & 2y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x & z \\ 3y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & x \\ z & 3 \end{bmatrix}$ ，則下列何者為真？

- (A) $x = 1$ (B) $x = -1$ (C) $z = 1$ (D) $z = -1$ (E) $x + y + z = 0$

4. 設 $A、B、C$ 均為 n 階方陣 (O 為 n 階零矩陣)，則下列各性質，何者必成立？

- (A) $(A+B)C = AC + BC$ (B) $A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$ (C) 若 $A^2 = O$ ，則 $A = O$
(D) 若 $AB = AC, A \neq O$ ，則 $B = C$ (E) $(AB)C = A(BC)$

5. 下列哪些二階方陣可以使 $\triangle ABC$ 經該方陣變換後面積保持不變？

$$\begin{bmatrix} \cos 20^\circ & -\sin 20^\circ \\ \sin 20^\circ & \cos 20^\circ \end{bmatrix} \quad \text{(A)} \quad \begin{bmatrix} \cos 20^\circ & \sin 20^\circ \\ \sin 20^\circ & -\cos 20^\circ \end{bmatrix} \quad \text{(B)} \quad \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{(C)} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(D)} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(E)}$$

三、填充題：

1. 設圓方程式為 $x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$ ，且過三點 $A(4, -2)$ 、 $B(5, 5)$ 、 $C(-2, 6)$ ，試求 $(d, e, f) = ?$
2. 設 $\vec{a} = (1, 3, 5)$ ， $\vec{b} = (4, 1, 13)$ ， $\vec{c} = (3, 4, 7)$ ， $\vec{d} = (2, 10, 11)$ ，若 $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$ ，則 $x + y - z = ?$
3. 已知矩陣 $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ ，且第 (i, j) 元 $a_{ij} = i^2 + 3j$ ，求矩陣 $A = ?$
4. 設 $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ 且 $2X + A = 3(X - B)$ ，求矩陣 $X = ?$
5. 設 $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 滿足 $A^2 = kA$ ，求
(1) 實數 $k = ?$
(2) $A + A^2 + A^3 + A^4 = ?$
6. 設 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ a & b \end{bmatrix}$ 。若 $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$ ，則數對 $(a, b) = ?$
7. 已知 $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ，則 A 將點 Q 對應到點 $Q'(1, -3)$ ，則 Q 坐標為何？
8. 設 $O(0, 0)$ 、 $P(4, 2)$ 為平面上兩點，且 Q 點在第一象限，若 $\triangle OPQ$ 為等腰直角三角形，其中 $\angle OPQ = 90^\circ$ ，則 Q 的坐標為？
9. 設 $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ，今 P 、 Q 、 R 三點經由矩陣 A 線性變換之後得 P' 、 Q' 、 R' 三點，若 $\triangle PQR$ 的面積為 10，則 $\triangle P'Q'R'$ 的面積為？
10. 已知聯立方程式 $\begin{cases} 2x - y + 4z = 5 \\ 3x + 2y + z = 4 \\ 5x + y + kz = 3 \end{cases}$ 無解，求 k 的值。
11. 已知矩陣 $\begin{bmatrix} a-2 & 3 \\ 2 & a+3 \end{bmatrix}$ 沒有反方陣，求 a 的值。

12. 已知二階方陣 A 滿足 $A \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$, $A \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$, 求 A 。

13. 已知直線 $L: y = -x$, 求點 $P(4, 2)$ 對直線 L 鏡射的對應點 P' 之坐標。

四、混合題：

1. 一款猜謎二選一遊戲，每次只有甲、乙兩個選項，只有一個選項正確，且下次同選項正確的機率是

$\frac{1}{4}$ ，另一個選項正確的機率為 $\frac{3}{4}$ 。已知某人猜謎第一次正確答案是乙選項，且令 a_n 、 b_n 分別代表第 n

次甲、乙兩個選項正確的機率。試回答下列問題。

(1) 下列哪一個選項表示 (a_1, b_1) ？(單選題)

- (A) $(0, 1)$ (B) $(1, 0)$ (C) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ (D) $\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ (E) $\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$

(2) 若轉移矩陣 A 滿足 $\begin{bmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix}$, 則 $A =$ _____。(非選擇題)

(3) 已知當遊戲長時間持續下去時，選項甲正確的機率會趨近於定值 k , 求 k 的值。(非選擇題)

高雄市立鼓山高中 111 學年度第二學期第三次段考《高二》數學科答案卷

考試範圍：數學四 A 第 8 單元~第 10 單元

5 年 班 號 姓名

格	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
數																				
得	8	16	22	28	34	40	44	48	52	56	60	64	68	72	75	78	81	84	87	90
分																				

一.單選題：

1.

二.多選題：(全對算 1 格,錯 1 選項算半格,錯 2 選項 0 分)

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

三.填充題：

1.	2.	3.	4.
5.(1)	5.(2)	6.	7.
8.	9.	10.	11.
12.	13.		

四.混合題：(共 10 分)

1.

