

高雄市立鼓山高中 112 學年度第一學期第二次段考《高一》數學科試題卷

一、是非題

- () 1. 若 $ab \neq 0$ ，則不等式 $ax + by + c > 0$ 的解所成的圖形必在直線 $ax + by + c = 0$ 的右半平面。
- () 2. $P(x, y)$ 關於直線 $x - y = 0$ 的對稱點為 (y, x) 。
- () 3. $A(1, 4)$ 到直線 $L: 12x + 5y = 6$ 的距離為 2。
- () 4. 若 d 、 e 、 f 為實數，則 $x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$ 必為圓方程式。
- () 5. 圓上任一弦的中垂線都會通過圓心。

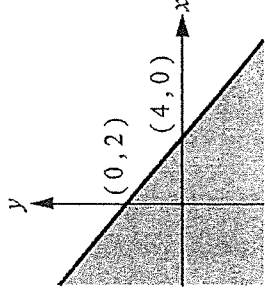
二、單選題

- () 1. 已知圓 $\Gamma: (x-1)^2 + (y+2)^2 = 36$ 和圓內一點 $P(4, 2)$ ，求 P 到圓上的點最短距離為何？

(A) 1 (B) 4 (C) 7 (D) 11 (E) 13

- () 2. 選出可表示右圖中陰影部分的二元一次不等式

(A) $x \leq 4$ (B) $y \leq 2$ (C) $x + 2y \leq 4$ (D) $x + 2y \geq 4$ (E) $x + 2y > 4$



- () 3. 在坐標平面上，以 $(1, 1)$ 、 $(-1, 1)$ 、 $(-1, -1)$ 及 $(1, -1)$ 四個點為頂點的正方形，與圖形 $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 1$ 有幾個交點？ (A) 0 個 (B) 1 個 (C) 2 個 (D) 3 個 (E) 4 個

三、多選題

- () 1. 在坐標平面上，下列有關圓 $\Gamma: (x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$ 的敘述，哪些正確？

(A) 圓心在 $(-1, 2)$

(B) 面積為 4

(C) 圖形通過原點

(D) 圖形對稱於 $x = -1$

(E) 與 $(-1, 2)$ 距離為 2 的所有點皆在圓 Γ 上

- () 2. 已知圓 $\Gamma: x^2 + y^2 = 5$ ，且 P 點為 $(2, 3)$ ， Q 點為 $(1, 2)$ ， $R(1, -1)$ 則下列敘述哪些正確？

(A) P 點在圓外

(B) 過 P 點恰有一條直線與圓 Γ 相切

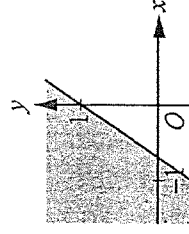
(C) Q 點在圓上

(D) 過 Q 點恰有一條直線與圓 Γ 相切

(E) 過 R 點恰有一條直線與圓 Γ 相切

- () 3. 右圖陰影區域是二元一次不等式 $ax + by + c \geq 0$ 的圖解，其中 a 、 b 、 c 為實數，

則下列哪些選項是正確的？ (A) $a < 0$ (B) $b > 0$ (C) $c < 0$ (D) $a - c < 0$ (E) $a + b > 0$



四、填充題

1. 試求圓心為 $(-2, 1)$ ，且半徑為3的圓方程式為_____。
2. 已知圓 $\Gamma: x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$ ，圓心為 (h, k) ，半徑為 r ，則 $(h, k, r) =$ _____。
3. 已知 $x^2 + y^2 + 12x - 6y + k = 0$ 的圖形為圓，試求 k 的範圍為_____。
4. 若方程組
$$\begin{cases} (a-5)x - y = -1 \\ 8x + (a+1)y = 2 \end{cases}$$
無解，則 $a =$ _____。
5. 設 $A(-2, 1)$ 、 $B(3, -1)$ 兩點在直線 $L: 2x - 3y + k = 0$ 的異側，則 k 的範圍為_____。
6. 已知直線 L 與直線 $4x - 3y = 2$ 平行，且距離為1，試求 L 的方程式為_____。
7. 二元一次聯立不等式
$$\begin{cases} x + 2y \leq 6 \\ 2x + y \geq 6 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
的解區域圖形面積為_____。
8. 平面坐標上兩點 $A(5, 2)$ 、 $B(-3, 4)$ ，若在 x 軸上找一點 P ，則 $\overline{AP} + \overline{PB}$ 的最小值為_____。
9. 試求以 $A(3, 1)$ 、 $B(-1, 5)$ 為直徑兩端點的圓方程式為_____。
10. 試求與圓 $\Gamma: (x-1)^2 + y^2 = 4$ 相切，且通過點 $A(-1, 3)$ 的切線方程式為_____。
11. 坐標平面上有一圓 $C: x^2 + y^2 - 16x - 14y + 88 = 0$ 及一定點 $A(2, 15)$ ，則圓 C 上與點 A 距離為整數值的點有_____個。

高雄市立鼓山高中 112 學年度第一學期第二次段考《高一》數學科作答卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、是非題：每題 2 分，共 10 分

1	2	3	4	5

二、單選題：每題 4 分，共 12 分

1	2	3

三、多選題：每題 8 分(全對得 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分)，共 24 分

1	2	3

四、填充題：共 54 分

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	

填充題配分

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	8	16	22	28	34	38	42	46	50	52	54

高雄市立鼓山高中高二普通科第二次月考試題

範圍:數學 3A(第二章指數與對數)

班級: 座號:

姓名:

一.單選題

1.若 $\log 2 = a, \log 3 = b, 10^{3a-b+1}$ 的值為何?
(A) -100 (B) $\frac{8}{3}$ (C) $\frac{80}{3}$ (D) 0 (E) -1

.....

2. $a = (\frac{1}{2})^{-1}, b = \log 1, c = \log^2_3, d = 7^{\frac{\log_3}{\log_2}}, e = 2 \log \sqrt{2}$, 共有幾個整數?
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4 個

二.填充題

1.計算下列各題之值 ($\log 5 \approx 0.699$)

(1) $27^{\frac{2}{3}} \times (1999)^0 \times \log_{\sqrt{5}}^{8\sqrt{5}} = ?$ (2) $\frac{1}{2} \log 3 + \log \sqrt{3} - \log 30 = ?$

(3) $1000^{\log 5} - \log \sqrt{0.001} = ?$ (4) $\log \frac{4}{7} - \frac{4}{3} \log \sqrt{8} + \frac{2}{3} \log \sqrt{343} = ?$

(5) $2^{\log_2^2} \log_2^2 \log_2^2 = ?$ (6) $\log(5^{15} + 5^{75}) = ?$ (取到小數後第一位)

2.比較下列各題值的大小

(1) $a = \log_{\frac{1}{3}}^{\sqrt{3}}, b = \log_{\frac{1}{3}}^{\pi}, c = \log_{\frac{1}{3}}^{\frac{5}{3}}$

(2) $a = 25^{\frac{1}{4}}, b = (\frac{1}{5})^{\frac{1}{3}}, c = \frac{1}{\sqrt[6]{25}}$

3.解下列各方程式

(1) $(\sqrt[3]{10})^{2x} = (0.01)^{-x^2}, x = ?$

(2) $9^x - 3^{x+1} - 10 = 0, x = ?$

(3) $\log_2^x - 2 \log_x^2 = 1, x = ?$

4.解下列不等式

(1) $\log(x-1)^2 < \log 4$, 且 x 是整數

(2) $\log_{\frac{1}{4}}^{x-2} \geq -2$

5.若 $\log 2 = a, \log 3 = b$, 用 a, b 表示下列各式

(1) $\log 5 = ?$ (2) $\log \frac{75}{\sqrt{6}} = ?$ (3) $\log_4^{81} = ?$

6. $\Gamma_1: y = 2^x, \Gamma_2: y = (\frac{1}{2})^x, \Gamma_3: y = \log_4^x, \Gamma_4: y = \log_2^x$

(1) Γ_2 跟 Γ_3 的對稱軸?

(2) Γ_3 跟 Γ_4 的對稱軸?

(3) 圖形凹向下的是哪一個?

7.對數函數 $y = f(x) = \log_a^x$ 過點 $P(\frac{1}{25}, -2), Q(k, -1)$ 求 (1) $k = ?$ (2) $f(5\sqrt{5}) = ?$

8. (1) 3^{32} 是幾位數? (2) $(\frac{2}{3})^{40}$ 是小數點後第幾位不為 0 ? ($\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771$)

9.設 $E(r)$ 為地震芮氏規模 r 所釋放出的能量 (單位為焦耳), 其關係如下

$\log E(r) = 4.8 + 1.5r$, 試問芮氏規模 6 所釋放出的能量是芮氏規模 3 所釋放出的能量的幾倍?

$(\sqrt{10} \approx 3.2)$

10.某放射性物質 200 克, 若 5 年後剩下 25 克, 試問 (1) 半衰期為幾年? (2) 該放射性物質剩下 20 克時, 約需多少年? ($\log 2 \approx 0.3$) (求到小數點後一位)

三計算題

某食品實驗室混合A,B兩種菌類 經調查發現B菌個數是A菌個數的千倍以上時,新食品才會受歡迎.一開始A菌個數是B菌個數的4倍,又知道A菌一日後增加一倍;B菌一日後增加3倍.試問至少幾天後,新食品才會受歡迎?

範圍:數學 3A(第二章指數與對數)

答案

一單選題 (10%)

姓名: 座號: 1

1	2
---	---

二填充題 (85%)

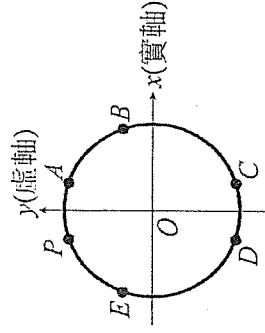
1(1)	1(2)	1(3)	1(4)	1(5)
1(6)	2(1)	2(2)	3(1)	3(2)
3(3)	4(1)	4(2)	5(1)	5(2)
5(3)	6(1)	6(2)	6(3)	7(1)
7(2)	8(1)	8(2)	9	10 a)

計算題 (5%)

答案請寫在答案卷上

一、單選題：

1. 在複數平面上，所有滿足方程式 $|z - 3| = |z + (1 - 3i)|$ 的複數 z 形成之圖形為
(A)點 (B)直線 (C)圓 (D)線段 (E)拋物線
2. 若 k 為整數，且方程式 $x^2 + kx + 4 = 0$ 有兩共軛虛根，則這樣條件的 k 值有幾個？
(A)5 (B)6 (C)7 (D)8 (E)9
3. 設 $f(x)$ 為三次實係數多項式，且 $f(-2)f(-1) < 0$ ， $f(2)f(3) < 0$ 。有關方程式 $f(x) = 0$ 的三個根，請選出正確的選項？ (A)三虛根 (B)兩實根一虛根 (C)一實根兩虛根 (D)三實根 (E)無法判斷
4. 在複數平面上，若複數 z 所對應的 P 點在單位圓 O 上，如圖所示，則 $\bar{z}$ 在複數平面上所對應的點為



- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

二、多選題：

1. 選出正確的選項。
(A) $\sqrt{-25} = 5i$ (B) -3 是複數 (C) i 是虛數，也是複數 (D) $5i > 2i$ (E) $-4 + 5i$ 的實部為 -4 ，虛部為 $5i$
2. 設 $f(x) = 0$ 為首項係數是1的實係數三次方程式，下列哪些選項正確？
(A)方程式 $f(x) = 0$ 的三個根可能都是虛根
(B)方程式 $f(x) = 0$ 一定有實根
(C)方程式 $f(x) = x^3 + 5$ 一定有實根
(D)若 $f(1 + 3i) = 0$ ，則 $f(1 - 3i) = 0$
(E)若 $f(1 - i) = 0$ ，則 $x^2 - 2x + 2$ 是 $f(x)$ 的二次因式
3. 下列哪些是三次方程式 $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2 = 0$ 的根？ (A)1 (B) -2 (C) i (D) $-i$ (E)0
4. 試問方程式 $x^3 + x^2 - 2x - 1 = 0$ 在下列哪些連續整數之間有實根？
(A) -2 與 -1 之間 (B) -1 與 0 之間 (C) 0 與 1 之間 (D) 1 與 2 之間 (E) 2 與 3 之間

三、填充題：

1. 求 $\frac{(\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)}{\cos(-20^\circ) + i \sin(-20^\circ)}$ 的值為何？
2. a, b 為實數，若 $\frac{3}{a+bi} = 4 - 3i$ ，則數對 $(a, b) = ?$

3. 求 $(-\sqrt{3}+i)^8 = ?$

4. 若 $1+i$ 為實係數方程式 $x^3 - 5x^2 + ax - 6 = 0$ 的一個根，則 a 的值為何？

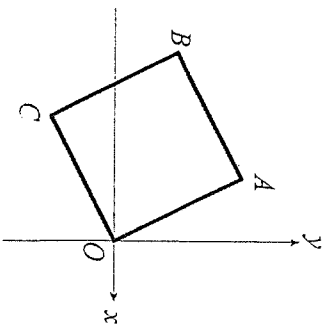
5. 求 $1 + 2i^2 + 4i^4 + 6i^6 + 8i^8 - 10i^{10} = ?$

6. 求 $\frac{\sqrt{8}}{3} \times \frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-16}} \times \frac{6}{\sqrt{-6}}$ 的值。

7. 求 $\left| \frac{(4+3i)(1+i)^3}{(6-8i)^2} \right|$ 的值。

8. 設 α, β 為 $2x^2 + 3x + 8 = 0$ 之二根，求 $(1+\alpha)(1+\beta) = ?$

9. 設 z 為複數，若 $\left| \frac{z-1}{z} \right| = \frac{1}{2}$ 且 $\frac{z-1}{z}$ 的主幅角為 $\frac{\pi}{3}$ ，求 z 。



10. 如圖，在坐標平面上， O 為原點且 $OABC$ 為正方形，若 A 點坐標為 $(-2, 4)$ ，求 B 點坐標。

四、計算題：

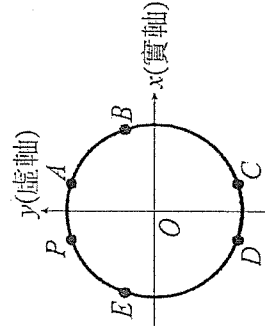
1. (1) 寫出複數 i 的極式(幅角取主幅角)。

(2) 求 i 的三次方根

答案請寫在答案卷上

一、單選題：

1. 在複數平面上，所有滿足方程式 $|z - 3| = |z + (1 - 3i)|$ 的複數 z 形成之圖形為
(A) 點 (B) 直線 (C) 圓 (D) 線段 (E) 拋物線
2. 若 k 為整數，且方程式 $x^2 + kx + 4 = 0$ 有兩共軛虛根，則這樣條件的 k 值有幾個？
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9
3. 設 $f(x)$ 為三次實係數多項式，且 $f(-2)f(-1) < 0$ ， $f(2)f(3) < 0$ 。有關方程式 $f(x) = 0$ 的三個根，請選出正確的選項？ (A) 三虛根 (B) 兩實根一虛根 (C) 一實根兩虛根 (D) 三實根 (E) 無法判斷
4. 在複數平面上，若複數 z 所對應的 P 點在單位圓 O 上，如圖所示，則 $\bar{z}$ 在複數平面上所對應的點為



- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

二、多選題：

1. 選出正確的選項。
(A) $\sqrt{-25} = 5i$ (B) -3 是複數 (C) i 是虛數，也是複數 (D) $5i > 2i$ (E) $-4 + 5i$ 的實部為 -4 ，虛部為 $5i$
2. 設 $f(x) = 0$ 為首項係數是 1 的實係數三次方程式，下列哪些選項正確？
(A) 方程式 $f(x) = 0$ 的三個根可能都是虛根
(B) 方程式 $f(x) = 0$ 一定有實根
(C) 方程式 $f(x) = x^3 + 5$ 一定有實根
(D) 若 $f(1 + 3i) = 0$ ，則 $f(1 - 3i) = 0$
(E) 若 $f(1 - i) = 0$ ，則 $x^2 - 2x + 2$ 是 $f(x)$ 的二次因式
3. 下列哪些是三次方程式 $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2 = 0$ 的根？ (A) 1 (B) -2 (C) i (D) $-i$ (E) 0
4. 試問方程式 $x^3 + x^2 - 2x - 1 = 0$ 在下列哪些連續整數之間有實根？
(A) -2 與 -1 之間 (B) -1 與 0 之間 (C) 0 與 1 之間 (D) 1 與 2 之間 (E) 2 與 3 之間

三、填充題：

1. 設 a, b 為二實數，且 $2a - 1 + 3i = b - (3 + b)i$ ，則數對 $(a, b) = ?$
2. 若將複數 $\frac{4+3i}{3+4i}$ 表示成 $a + bi$ 的形式，其中 a, b 為實數，則數對 $(a, b) = ?$

3. 在複數平面上，若 $z_1 = 6 - 2i$ ， $z_2 = 6i$ ，則 z_1 與 z_2 兩點的距離為何？
4. 已知 $3 - 2i$ 為方程式 $x^3 - 8x^2 + 25x - 26 = 0$ 的一個根，求所有的根。
5. 求 $1 + 2i^2 + 4i^4 + 6i^6 + 8i^8 - 10i^{10} = ?$
6. 求 $\frac{\sqrt{8}}{3} \times \frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-16}} \times \frac{6}{\sqrt{-6}}$ 的值。
7. 求 $\left| \frac{(4+3i)(1+i)^3}{(6-8i)^2} \right|$ 的值。
8. 解方程式 $(x+2)(x-1)^2(x^2-2x+5) = 0$ ，則解為何？
9. 已知 $z = 1 + 2i$ ，且 $\bar{z}$ 表複數 z 的共軛複數，求 $|z - \bar{z}| = ?$
10. 設 α, β 為 $2x^2 + 3x + 8 = 0$ 之二根，求 $(1+\alpha)(1+\beta) = ?$

四、計算題：

1. 若 2 為實係數方程式 $x^3 - 4x^2 + x + a = 0$ 的一個根，則
- (1) a 的值為何？
- (2) 所有的根為何？

