

考試範圍：數學一 多項式函數

科目代碼：

座號：

姓名：

注意：1. 請使用藍色或黑色墨水的筆在答案卷上作答才給分，試卷共 3 頁。

2. 答案要化為最簡式，如：不能以  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  作答，必須有理化為  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ； $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ ， $2^2 = 4$ ， $\sqrt{16} = 4$  作答。

一、 填充題：第 5、6 題，每格 4 分，其餘每題 6 分；共 64 分。

1. 已知  $f(x)$  為一次函數且  $f(3) = 8$ 、 $f(8) = 15$ ，則  $f(5) =$  \_\_\_\_\_。 習作 3-2-01

2. 若  $(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m-6 \geq 0$  之解為任意實數，則  $m$  的範圍為 \_\_\_\_\_。 習作 ch3-10

3. 解高次不等式  $(x+1)^2(3-x)(2x^2+x+1)(x-2)^3 \geq 0$ ，請寫出  $x$  的範圍 \_\_\_\_\_。 習作 3-4-04

4. 已知  $f(x) = (x-1)^3 + 2$ ，且  $p(x+2) - 3 = f(x)$ ，則  $p(x) =$  \_\_\_\_\_。(不必展開) 習作 3-3-03

5. 已知  $f(x) = ax^2 + bx + \frac{1}{a}$  在  $x=3$  時有最大值 8，則  $a =$  \_\_\_\_\_， $b =$  \_\_\_\_\_。 習作 3-2-06

6. 設二整數  $m$ 、 $n$ ，已知  $2x^3 + 3x^2 + mx + 5$  除以  $x^2 + x + 3$  的商式為  $2x + 1$ ，餘式為  $x + n$ ，

則  $m =$  \_\_\_\_\_， $n =$  \_\_\_\_\_。 習作 3-1-03

7. 已知多項式  $f(x)$  除以  $x+3$  的餘式為  $-1$ ，除以  $x-4$  的餘式為  $6$ ，則  $f(x)$  除以  $(x+3)(x-4)$  的餘式為 \_\_\_\_\_。  
習作 ch3-03

8. 若  $f(x) = 2x^2 - 6x + k$  的圖形與  $x$  軸交於  $A, B$  兩點，且  $\overline{AB} = 5$ ，則實數  $k$  的值為 \_\_\_\_\_。

9. 設  $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + ax - 3$  有一次因式  $x-2$ ，則  $a =$  \_\_\_\_\_。  
習作 3-1-08

10. 設三次函數  $y = f(x) = ax^3 - 6x^2 + bx - 2$  的對稱中心為  $(2, 8)$ ，與  $Y$  軸交於點  $(0, -2)$ ，若整數  $c$  使得  $f(c) = 18$ ，則  $c =$  \_\_\_\_\_。

二、多選題：每題 6 分，共 24 分；答錯 1 個選項得 4 分，答錯 2 個選項得 2 分，答錯 3 個（含）選項以上或未作答得 0 分。

1. 設  $f(x)$  為一次函數，已知  $f(3) = 0$ ，而且每當  $x$  增加 2 單位時，其相對應的函數值  $f(x)$  減少 1 單位，則下列選項哪些是正確的？

- (A)  $y = f(x)$  的圖形斜率為 2
- (B)  $y = f(x)$  的圖形為由左上向右下傾斜的直線
- (C)  $y = f(x)$  的圖形不通過第四象限
- (D)  $y = f(x)$  的圖形與  $Y$  軸交於點  $(3, 0)$
- (E) 當  $x \geq 3$  時， $y = f(x) \leq 0$

2. 若二次函數  $f(x) = -x^2 + 4x - 5$ ，則下列選項哪些是正確的？

- (A) 開口向下
- (B)  $y = f(x)$  的圖形在坐標平面上只通過兩個象限
- (C) 對稱軸  $x-2$
- (D)  $f(x)$  的最大值為正數
- (E) 若  $0 \leq x \leq 3$  時，則  $f(x)$  的最大值為  $f(3)$ ，最小值為  $f(0)$

3. 設函數  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 2 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ ，則下列選項何者正確？

- (A) 圖形的對稱中心為  $(-1, 2)$
- (B) 圖形在對稱中心附近的局部特徵近似於直線  $y = 3x - 3$
- (C)  $f(x)$  除以  $(x-1)^2$  的餘式為  $3x - 1$
- (D)  $y = f(x)$  的圖形與 X 軸只有一個交點
- (E)  $y = 3x^3 + x$  的圖形可以由  $y = f(x)$  的圖形經過適當平移得到

4. 已知實係數多項式  $f(x) = a(x-2)^4 + b(x-2)^3 + c(x-2)^2 + d(x-2) + e$ ，若  $f(x)$  除以  $(x-2)^3$  餘式為

$r(x) = 2x^2 - 3x - 5$ ，則下列哪些選項正確？

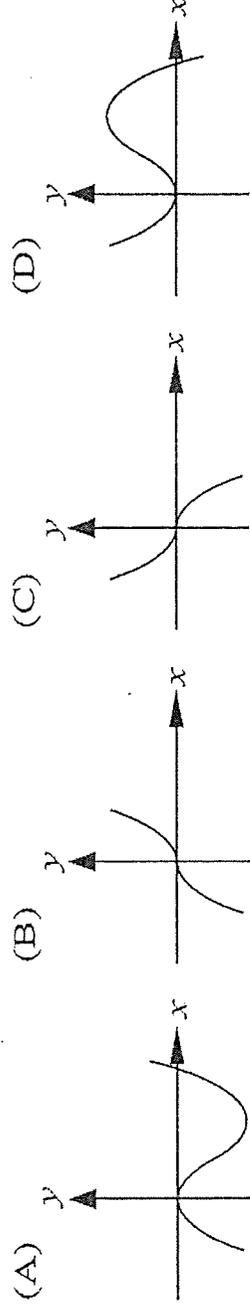
- (A)  $f(0) = e$
- (B)  $r(2) = e$
- (C)  $c = 2$
- (D)  $d = 5$
- (E)  $\deg(f(x)) = 4$

三、混合題：請在答案卷上詳細作答第(1)、(3)題（必須寫出計算過程或作圖或說明）才給分，共 12 分。

已知  $y = f(x) = -x^3 + 6x^2 = a(x-h)^3 + p(x-h) + k$ ，

(1) 試求數對  $(h, k)$ 。5 分

(2) 下列哪一個圖形可能是  $f(x)$  的圖形？ \_\_\_\_\_ 3 分



(3) 求不等式  $f(x+2) > 0$  的解。4 分



考試範圍：數學一 多項式函數

科目代碼：

座號：

姓名：

注意：1. 請使用藍色或黑色墨水的筆在答案卷上作答才給分，作圖題可使用鉛筆作答。

2. 答案要化為最簡式，如：不能以  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  作答，必須有理化為  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ； $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ ， $2^2 = 4$ ， $\sqrt{16} = 4$ 。

一、填充題：第 5、6 題，每格 4 分，其餘每題 6 分；共 64 分。

1. \_\_\_\_\_ 2. \_\_\_\_\_ 3. \_\_\_\_\_ 4. \_\_\_\_\_

5.  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_ 6.  $m =$  \_\_\_\_\_,  $n =$  \_\_\_\_\_

7. \_\_\_\_\_ 8. \_\_\_\_\_ 9. \_\_\_\_\_ 10. \_\_\_\_\_

二、多重選擇題：每題 6 分，共 24 分；答錯 1 個選項得 4 分，答錯 2 個選項得 2 分，答錯 3 個 (含) 選項以上或未作答得 0 分。

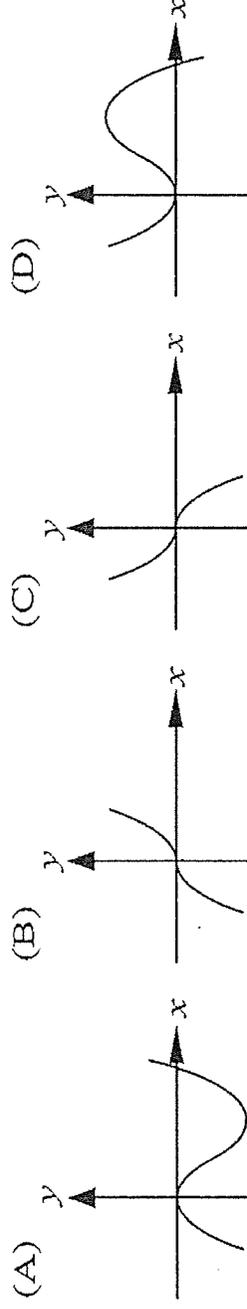
1. \_\_\_\_\_ 2. \_\_\_\_\_ 3. \_\_\_\_\_ 4. \_\_\_\_\_

三、混合題：請在答案卷上詳細作答第(1)、(3)題 (必須寫出計算過程或作圖或說明) 才給分，共 12 分。

已知  $y = f(x) = -x^3 + 6x^2 = a(x-h)^3 + p(x-h) + k$ ,

(1) 試求數對  $(h, k)$ 。 5 分

(2) 下列哪一個圖形可能是  $f(x)$  的圖形? \_\_\_\_\_ 3 分



(3) 求不等式  $f(x+2) > 0$  的解。 4 分



一、是非題：每題 2 分、共 10 分

- ( ) 1. 設  $O, A, B$  為坐標平面上三點，則  $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$ 。
- ( ) 2. 過點  $P(x_0, y_0)$  且法向量為  $\vec{n} = (a, b)$  的直線方程式為  $ax + by = ax_0 + by_0$ 。
- ( ) 3. 向量  $\vec{v} = (3, 5)$  與直線  $L: 5x - 3y = 6$  的方向向量垂直。
- ( ) 4. 若  $\vec{AB} = (a, b)$ ,  $\vec{AC} = (c, d)$ , 則  $\triangle ABC$  的面積為  $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 。
- ( ) 5.  $\begin{vmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 。

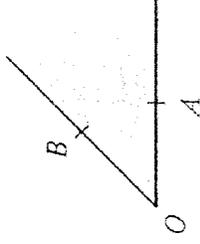
二、單選題：每題 4 分共 20 分

- ( ) 1. 試問由正方形的四個頂點，可決定多少個非零向量？  
(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 16
- ( ) 2. 設  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (-2, 1)$ ,  $\vec{c} = (-1, 2)$ , 則  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = ?$  (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10
- ( ) 3. 若  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 2$ , 則  $\begin{vmatrix} 4a+3b & 7b \\ 4c+3d & 7d \end{vmatrix} =$  (A) 0 (B) 12 (C) 21 (D) 28 (E) 56
- ( ) 4. 若  $A, B, C$  三點共線，且  $8\vec{OB} = (2t-3)\vec{OA} + (3t-4)\vec{OC}$ , 則實數  $t = ?$  ( $O$  點為不在  $\overline{AB}$  上的任一點)  
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7
- ( ) 5. 平行四邊形  $ABCD$ , 若  $\overline{AB} = 4$ ,  $\overline{BC} = 3$ , 則  $\vec{AC} \cdot \vec{BD}$  的值为  
(A) 1 (B) -1 (C) 7 (D) -7 (E) 12

三、多選題：每題 8 分(全對得 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分)，共 16 分

- ( ) 1. 如右圖，兩射線  $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$  交於  $O$  點，試問下列選項中哪些向量的終點會落在塗色區域內？(不含邊界)

- (A)  $3\vec{OA} - 2\vec{OB}$  (B)  $\frac{3}{2}\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB}$  (C)  $\frac{3}{2}\vec{OA} - \frac{1}{2}\vec{OB}$  (D)  $\frac{9}{4}\vec{OA} + \frac{1}{3}\vec{OB}$  (E)  $\frac{3}{5}\vec{OA} + \frac{9}{5}\vec{OB}$

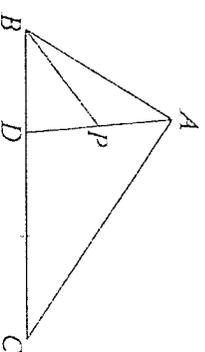


- ( ) 2. 通過  $A(0, 2), B(3, 1)$  的直線  $L$  的參數方程式可為

- (A)  $\begin{cases} x = 3t \\ y = -3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$  (B)  $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = 1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$  (C)  $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = 1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$  (D)  $\begin{cases} x = -3t \\ y = 2 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$  (E)  $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

四、填充題：共 54 分

- 設  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (-1, 3)$ , 則  $|\vec{a} - 2\vec{b}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 設  $\vec{a} = (-1, 1)$ ,  $\vec{b} = (2, m)$ ,  $\vec{c} = (3, -7)$ ,  $\vec{d} = (2n, 14)$ , 若  $\vec{a} \perp \vec{b}$ ,  $\vec{c} \parallel \vec{d}$ , 則  $(m, n) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- $\begin{vmatrix} 2022 & 2023 \\ 2024 & 2025 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 已知實數  $x, y$  滿足  $2x - 3y = 10$ , 則  $4x^2 + y^2$  的最小值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 設直線  $L$  的參數式為  $\begin{cases} x = 4t - 3 \\ y = 3 - 2t \end{cases}$ ,  $t \in \mathbb{R}$ , 則直線  $L$  的一般式為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(請表示為  $ax + by = c$ )
- 設  $A(4, -1), B(-1, 9), P$  在  $\overline{AB}$  上且  $\overline{AP} : \overline{PB} = 2 : 3$ , 則  $P$  點坐標為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- $\vec{b} = (3, -1)$  在  $\vec{a} = (4, 2)$  方向上的正射影為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 平面上兩直線  $L_1 : x - \sqrt{3}y + 5 = 0$ ,  $L_2 : \sqrt{3}x - y - 3 = 0$ , 則  $L_1$  與  $L_2$  的銳交角為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 設  $\triangle ABC$  中,  $|\overrightarrow{AB}| = 5$ ,  $|\overrightarrow{AC}| = 4$ , 且  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 12$ , 則  $\triangle ABC$  的面積為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 坐標平面上  $O$  為原點, 設  $\vec{u} = (1, 2)$ ,  $\vec{v} = (3, 4)$ , 令  $\Omega$  為滿足  $\overrightarrow{OP} = x\vec{u} + y\vec{v}$  的所有點  $P$  所形成的區域, 其中  $-2 \leq x \leq 1$ ,  $1 \leq y \leq 3$ , 則  $\Omega$  的面積為  $\underline{\hspace{2cm}}$  平方單位。
- 如右圖所示,  $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ , 若  $\overrightarrow{BP} = x\overrightarrow{BA} + y\overrightarrow{BC}$ , 則數對  $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 若  $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$  的解為  $(2, 3)$ , 則  $\begin{cases} a_1x + 3b_1y = 2c_1 \\ a_2x + 3b_2y = 2c_2 \end{cases}$  的解  $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



# 高雄市立鼓山高中 112 學年度第一學期第三次段考《高二》數學科作答卷

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、是非題：每題 2 分，共 10 分

1	2	3	4	5

二、單選題：每題 4 分，共 20 分

1	2	3	4	5

三、多選題：每題 8 分(全對得 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分)，共 16 分

1	2

四、填充題：共 54 分

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12

填充題配分

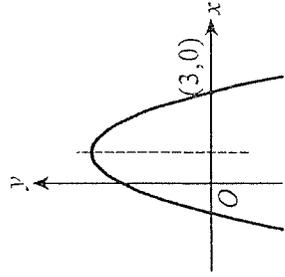
答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	6	12	18	24	28	32	36	40	44	48	52	54



\_\_\_\_年\_\_\_\_班 座號：\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_

一、單選題(4 小題，每題 6 分，共 24 分。)

- ( ) 已知一汽車前燈的縱切面位在拋物線  $y^2 = -16x$  上，且燈泡在拋物線的焦點處，能將光線投射得最遠，則應將燈泡置於哪一個坐標？ (A)(0, 4) (B)(0, -4) (C)(4, 0) (D)(-4, 0) (E)(-1, 4)
- ( ) 拋物線  $y = \frac{1}{8}x^2 + 1$  的焦點在 (A)(0, 3) (B)(0, 10) (C)(0,  $\frac{33}{32}$ ) (D)(0,  $\frac{257}{32}$ ) (E)(3, 0)
- ( ) 拋物線  $x^2 = 12y$  上有兩點  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$  且  $\overline{AB}$  過焦點，已知  $\overline{AB} = 15$ ，則  $y_1 + y_2$  之值為何？ (A)9 (B)11 (C)13 (D)15 (E)16
- ( ) 若拋物線  $y = ax^2 + bx + c$  過點 (3,0)，且其圖形如圖所示，則下列各數哪些為負數？



- (A)  $a$  (B)  $b$  (C)  $c$  (D)  $b^2 - 4ac$  (E)  $4a + 2b + c$

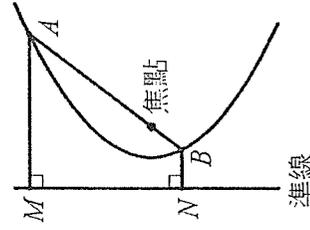
二、多選題(4 小題，選項全對得 8 分，共 32 分。選項錯一個得 5 分，錯二個得 2 分。)

- ( ) 有關拋物線  $y^2 - 4x = 0$ ，下列敘述何者正確？ (A)開口向上 (B)頂點(0, 0) (C)焦點  $F(0,1)$  (D)焦點  $F(1,0)$  (E)準線： $x + 1 = 0$
- ( ) 關於拋物線  $y^2 - 2y - 2x - 3 = 0$ ，下列何者正確？ (A)頂點(-2,1) (B)焦點  $(-2, \frac{3}{2})$  (C)焦點  $(-\frac{3}{2}, 1)$  (D)圖形開口向上 (E)準線  $2x + 5 = 0$
- ( ) 關於拋物線方程式  $\sqrt{x^2 + (y+1)^2} = |y-1|$ ，選出所有正確的選項。(A)焦點為 (0, -1) (B)準線為  $y = 1$  (C)其圖形的開口向下 (D)頂點為 (0,1) (E)圖形為開口向左
- ( ) 設  $k$  為實數，若二次函數  $y = kx^2$  的圖形通過(2,1)，下列敘述何者正確？ (A) $k > 0$  (B) $k < 0$  (C)圖形為開口向下的拋物線 (D)準線為  $y$  軸 (E)對稱軸為  $y$  軸

三、填充題(共 44 分)

9. 設點  $A$ 、 $B$  在拋物線上且  $\overline{AB}$  經過拋物線的焦點， $\overline{AM}$ 、 $\overline{BN}$  分別為點  $A$ 、 $B$  到準線的垂線，如圖所示。

已知  $\overline{AM} = 12$ ， $\overline{BN} = 3$ ，求  $\overline{MN}$  的長。(8 分)





10.

(1) 求焦點為  $F(6,3)$ ，準線為  $L: x = -2$  的拋物線方程式。(8分)

(2) 求頂點為  $V(-1,1)$ ，準線為  $L: y = 4$  的拋物線方程式。(8分)

11. 坐標平面上—拋物線  $y^2 = 8x$ ，設—光線自點  $P(7,3)$  射出，以平行對稱軸的方向射向拋物線，並反射到焦點。

(1) 求拋物線的準線方程式。(8分)

(2) 求此光線由  $P$  點到焦點所行經的距離。(8分)

12. 自雲梯車水管噴出—拋物線水柱，已知水管離地面高度為14公尺，水柱的最高點與水管的水平距離為3公尺，而水柱落到地面後與水管的水平距離為7公尺，求水柱的最高點離地面高度。(4分)



高雄市立鼓山高中 112 學年度第一學期高三 自然組 數學科期末考 單元五 答案卷

\_\_\_\_年\_\_\_\_班 座號：\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_

一、單選題(4小題，每題6分，共24分。)

1	2	3	4

二、多選題(4小題，選項全對得8分，共32分。選項錯一個得5分，錯二個得2分。)

5	6	7	8

三、填充題(每題8分，共44分)

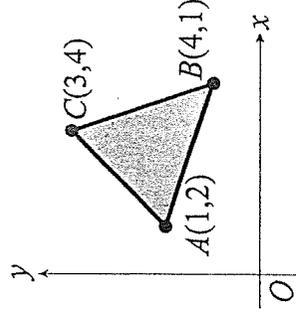
9	10(1)	10(2)
11(1)	11(2)	12(此題4分)



\*務必把答案寫在答案卷上,否則不予計分

一. 單選題

1. 試問圖中的鋪色區域 (包含邊界) 為下列哪個聯立不等式之解?

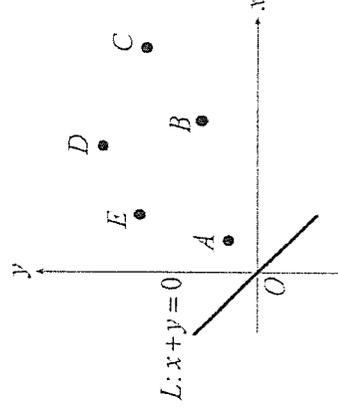


(A)  $\begin{cases} x-y \geq -1 \\ 3x+y \leq 13 \\ x+3y \leq 7 \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} x-y \leq -1 \\ 3x+y \leq 13 \\ x+3y \leq 7 \end{cases}$  (C)  $\begin{cases} x-y \geq -1 \\ 3x+y \geq 13 \\ x+3y \geq 7 \end{cases}$

(D)  $\begin{cases} x-y \geq -1 \\ 3x+y \leq 13 \\ x+3y \geq 7 \end{cases}$  (E)  $\begin{cases} x-y \leq -1 \\ 3x+y \leq 13 \\ x+3y \geq 7 \end{cases}$

2. 將哪點坐標代入  $x+y$ , 得  $x+y$  的值最大。

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E



二. 多重選題

3. 已知直線  $L: 3x+2y=6$  將坐標平面上  $L$  以外的部分分成兩個半平面, 選出所有與原點  $(0,0)$  位在同一個半平面的選項。

- (A)  $(1,1)$  (B)  $(2,3)$  (C)  $(4,0)$  (D)  $(1,-2)$  (E)  $(-2,5)$

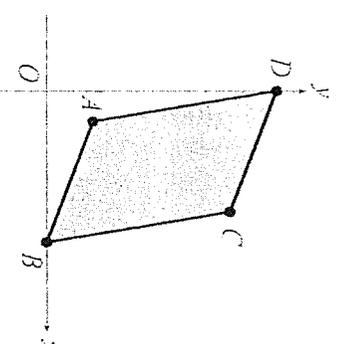
三. 填充題

4. 已知聯立不等式  $\begin{cases} 4x-y-3 \geq 0 \\ x+y-12 \leq 0 \\ 2x-3y+1 \leq 0 \end{cases}$ , 若點  $A(4,k)$  與點  $B(k,6)$  皆為聯立不等式之解, 則  $k$  的範圍為何?

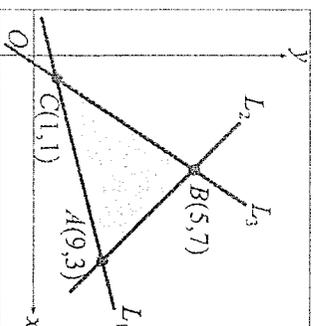
5. 已知  $x, y$  滿足聯立不等式

$$\begin{cases} x \leq 2 \\ x+y \geq -1 \\ x-2y \geq -4 \end{cases}, \text{ 求 } 5x-3y+8 \text{ 的最大值與最小值。}$$

6. 某線性規劃問題的可行解區域為坐標平面上由點  $A(2, 3), B(10, 0), C(8, 12)$  與  $D(0, 15)$  所圍成的平行四邊形及其內部的點，如右圖所示。已知目標函數  $ax + by$  (其中  $a, b$  為常數) 在  $C$  點有最大值 28，求此目標函數在同個可行解區域內的最小值。



7. 如圖，則滿足  $\triangle ABC$  內部區域及邊界的聯立不等式為何？



#### 四. 計算作圖題

見答案卷

班級： \_\_\_\_\_ 姓名： \_\_\_\_\_ 座號： \_\_\_\_\_

答案欄

1	2	3	4	5 最大值: 最小值:	6
7.					

四. 計算作圖題(請務必寫出詳細過程)

1. 某素人 (曝光率與民調支持度皆為 0) 參與市長選舉，經競選團隊研究顯示下列資訊。

- ① 平面媒體打廣告一次，參選人的曝光率提升 1%，民調支持度上升 2%。
- ② 網路直播一次，參選人的曝光率提升 2%，民調支持度上升 0.8%。
- ③ 曝光率至少 40%且民調支持度至少 48%才有機會當選。

今在平面媒體打廣告一次需花費 50 萬元，網路直播一次需花費 30 萬元，試問該素人要如何分配在平面媒體打廣告與網路直播的次數，才有機會當選並花費最少？最少花費為多少元？

2. 某飲料工廠有兩個經銷處，且自甲、乙二地接到訂單，甲地申購 30 箱，乙地申購 50 箱。已知第一經銷處的庫存為 60 箱，第二經銷處的庫存為 40 箱，且第一、二經銷處每箱的運費如下表所示：試問應如何分配兩個經銷處運送至甲、乙兩地的數量，以使得運費最低？

地點 經銷處	甲地	乙地
第一經銷處	10 元	14 元
第二經銷處	12 元	15 元

