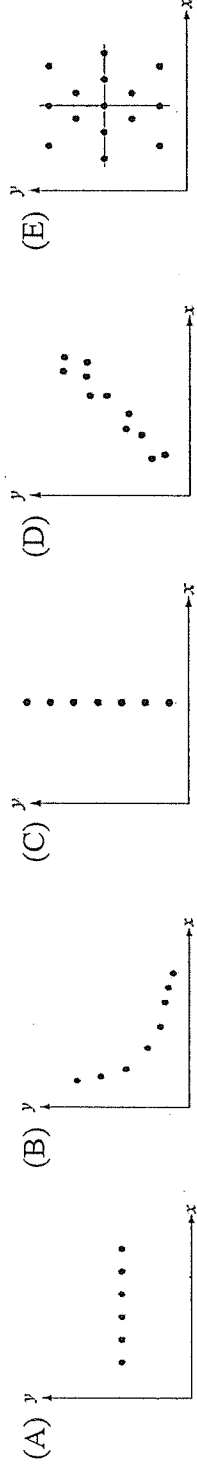


高雄市立鼓山高中 112 學年度第二學期第一次段考《高一》數學科試題卷

一、多選題：每題 6 分(全對得 6 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分)，共 36 分

() 1. 下列為 x, y 之散佈圖，何者顯示 x, y 為零相關？



() 2. 下列各敘述何者正確？

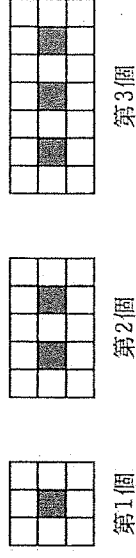
- (A) 相關係數 r 的範圍為 $r \leq 1$ (B) 相關係數不受單位的影響 (C) 迴歸直線必通過原點
(D) 迴歸直線必通過 (μ_x, μ_y) (E) 相關係數與迴歸直線斜率必同號

() 3. 關於數據的標準化之敘述那些正確？

- (A) 標準化後之數據必為正數 (B) 將整筆數據標準化後所得的新數據，其平均數為 0
(C) 將整筆數據標準化後所得的新數據，其標準差為 1 (D) 兩組數據標準化後，其相關係數不會改變
(E) 小華期末考的國文成績與數學成績分別為 65 分與 50 分，若全班國文平均 73 分，標準差為 4 分，

全班數學平均 60 分，標準差為 10 分，就全班成績而言，小華國文的表現比數學好。

() 4. 用黑、白兩種顏色的正方形地磚依照如右圖的規律拼成若干圖形：



設拼第 n 個圖形需用到 a_n 塊白色地磚，下列選項何者真確？

- (A) $a_1 = 8$ (B) $a_3 - a_2 = 5$ (C) $a_6 - a_4 = 10$ (D) $a_{10} = 53$ (E) $a_{100} = 508$

() 5. 有一個 71 項的等差數列 $a_1, a_2, \dots, a_{71}$ ，其和為 0 且 $a_{51} = 45$ ，則下列何者正確？

- (A) $a_1 + a_{71} > 0$ (B) $a_2 + a_{70} < 0$ (C) $a_3 + a_{69} = 0$ (D) $a_{36} = 36$ (E) $a_i < 0$

() 6. 數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = \frac{1}{3}$ 且 $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{4a_n - 3}$ ， $n = 1, 2, 3, \dots$ ，則下列何者正確？

- (A) $a_2 = \frac{2}{5}$ (B) $a_3 = \frac{5}{6}$ (C) $a_4 = \frac{4}{9}$ (D) $a_5 = \frac{7}{10}$ (E) $a_{10} = \frac{10}{21}$

二、填充題：共 52 分

1. 設一等比數列的第 2 項是 10，第 5 項是 80，則此數列的前 10 項總和是 _____。

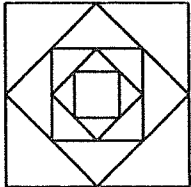
2. 若一數列定義如下： $a_1 = 2, a_{n+1} = 2 - \frac{1}{a_n}, n \in N$ ，則 $a_n =$ _____。

3. 有一等差數列，第 10 項為 20，第 25 項為 -25，則此數列從第 _____ 項起開始為負數。

4. 某人存入銀行 10000 元，言明年利率 6%，以半年為一期，複利計息，則存滿一年本利和為 _____ 元。

5. 計算 $11^2 + 12^2 + 13^2 + \dots + 20^2 =$ _____。

6. 作邊長為 2 的正方形，取各邊中點為頂點又連成一正方形，再取各邊中點連成正方形，如此繼續操作，共得 5 個正方形，如右圖所示，試求這 5 個正方形的面積總和為_____。



7. $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 二等差數列之前 n 項和的比為 $(2n+3) : (3n+1)$ ，則其第 5 項的比為_____。

8. 某數學老師計算學期成績的公式如下：五次平時考中取較好的三次之平均值佔 30%，兩次期中考各佔 20%，期末考佔 30%。某生平時考成績分別為 68、82、70、72、86，期中考成績分別為 85、80，期末考成績為 90，則該生學期成績為_____。

9. 資料 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的算術平均數為 20，標準差為 5。
若 $y_i = -2x_i + 3$ ，而 y_i 的算術平均數為 a ，標準差為 b ，求數對 $(a, b) =$ _____。

10. 請由表格數據求出第 70 百分位數 $P_{70} =$ _____。

分數	9	10	11	13	14	15	18	19	20	21	22	25
次數	1	1	1	1	1	1	2	1	3	2	1	1

11. 若 $u = 3x + 6$ ， $v = -5y + 10$ ，且 x 與 y 的相關係數為 0.5，則 u 與 v 的相關係數為_____。

12. 設三筆數據 $(3, 5)$ ， $(5, a)$ ， $(7, 9)$ ，其 y 對 x 的迴歸直線方程式為 $y = x + 1$ ，則 $a =$ _____。

三、計算題：每小題 3 分，共 12 分

肥皂廠商欲推出一種新產品，在上市前以不同的單價 x （單位：十元）調查市場的需求量 y （單位：萬盒）。調查結果如下：

請回答下列問題：

- (1) 需求量 y 的標準差為_____。

(2) x 和 y 的相關係數為_____。

(3) y 對 x 的迴歸直線方程式為_____。

(4) 產品真正上市後建議售價為 85 元，請利用最適直線預估市場需求量为_____盒。

x	8	9	10	11	12
y	11	12	10	8	9

高雄市立鼓山高中 112 學年度第二學期第一次段考《高一》數學科作答卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多選題：每題 6 分(全對得 6 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分)，共 36 分

1	2	3	4	5	6

二、填充題：共 52 分

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12

填充題配分	答對題數											
	得分											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	6	12	18	24	28	32	36	40	44	48	50	52

三、計算題：每小題 3 分，共 12 分

參考公式

- (1) 算術平均數 $\mu_x = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n)$
- (2) 標準差 $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_x)^2 + (x_2 - \mu_x)^2 + \cdots + (x_n - \mu_x)^2]} = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2) - n\mu_x^2]}$
- (3) 相關係數 $r_{x,y} = \frac{(x_1 - \mu_x)(y_1 - \mu_y) + (x_2 - \mu_x)(y_2 - \mu_y) + \cdots + (x_n - \mu_x)(y_n - \mu_y)}{n\sigma_x\sigma_y}$
- (4) 迴歸直線（最適合直線）方程式 $y - \mu_y = r_{x,y} \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \mu_x)$

高雄市立鼓山高中 112 學年度第二學期第一次段考《高二》數學科試題卷

一、多選題：每題 8 分(全對得 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分)，共 40 分

- () 1. 在空間中，下列敘述何者恆真？
- (A) 相異三點可決定唯一的平面
 - (B) 過直線 L 上一點 P ，恰有一條直線與 L 垂直
 - (C) 過直線 L 外一點 P ，有無限多條直線與 L 垂直
 - (D) 若直線 L 與平面 E 垂直，則包含 L 的每個平面都與 E 垂直
 - (E) 設直線 L 與平面 E 相交於 P 點，若 E 上有兩條通過 P 點的相異直線與 L 垂直，則 L 與 E 垂直

- () 2. 空間坐標系中，點 $P(a, b, c)$ ，則下列何者為真？

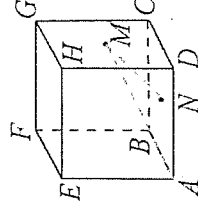
- (A) P 在 xy 平面上的投影點為 $(a, b, 0)$
- (B) P 在 z 軸的投影點為 $(a, b, 0)$
- (C) P 到 x 軸之距離為 $\sqrt{b^2 + c^2}$
- (D) P 到 xy 平面的距離為 c
- (E) P 到原點的距離為 $a^2 + b^2 + c^2$

- () 3. 已知空間中不平行的兩相異向量 $\vec{OA}$ ， $\vec{OB}$ ，若 $\vec{OP} = \alpha\vec{OA} + \beta\vec{OB}$ ，欲使 P 點在 $\vec{OA}$ 與 $\vec{OB}$ 所張成的平行四邊形的內部，請選出適當的選項。

- (A) $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{2}$ (B) $\alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{4}$ (C) $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{3}{4}$ (D) $\alpha = \frac{3}{2}, \beta = \frac{2}{3}$ (E) $\alpha = \frac{2}{3}, \beta = \frac{4}{3}$

- () 4. 附圖為一正立方體，棱長為 2，若 M, N 分別為正方形 $CDHG$ 與正方形 $ABCD$ 的中心，試選出正確的選項。

- (A) $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{AE}$
- (B) $|\vec{MN}| = 2$
- (C) $\vec{MN} = -\frac{1}{2}\vec{AB} - \frac{1}{2}\vec{AE}$
- (D) $\vec{MA} \cdot \vec{MN} = 3$
- (E) $\angle AMN$ 小於 30°



- () 5. 在坐標空間中，關於平面 $E: x + 2y - 3z = 4$ ，選出正確的選項。
- (A) $\vec{a} = (-2, -4, 6)$ 為平面 E 的一個法向量
 - (B) $\vec{b} = (1, 4, 3)$ 與平面 E 上任一向量皆垂直
 - (C) 平面 $F: x + 4y + 3z = 5$ 與平面 E 垂直
 - (D) $\vec{c} = (2, 2, 2)$ 與平面 E 上任一向量皆平行
 - (E) 點 $C(2, 2, 2)$ 在平面 E 上

二、填充題：

1. 求點 $P(3, 4, 5)$ 到平面 $E: x + 2y - 2z = 7$ 的距離 $d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 求行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

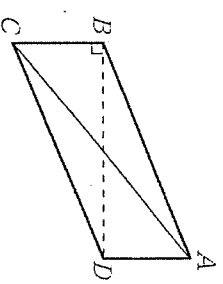
3. 設 x, y, z 為實數，若 $2x + y - 3z = -6$ ，求 $4x^2 + y^2 + 9z^2$ 之最小值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 設 $\vec{a} = (3, 2, 1)$ ， $\vec{b} = (4, 1, -2)$ ， $\vec{c} = (1, 2, 5)$ ，若 $(\vec{a} + t\vec{b}) \perp \vec{c}$ ，求實數 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 若 $A(5, 0, 7)$ ， $B(-3, 4, -1)$ ， P 在 $\overline{AB}$ 上且 $\overline{AB} = 4\overline{PB}$ ，求 P 點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 空間中三點 $A(1, -4, 3)$ ， $B(5, -2, -1)$ ， $C(4, -2, 1)$ ，試求 $\triangle ABC$ 的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 已知空間中三點 $A(1, 0, 1)$ ， $B(3, 5, 5)$ ， $C(3, 2, 2)$ ，則 B 點在直線 AC 上的投影點 D 坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



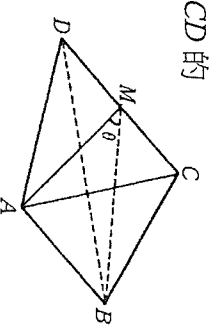
8. 如圖， $ABCD$ 為四面體，已知 $\overline{AD}$ 垂直平面 BCD ， $\overline{BC} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{AD} = 15$ ，求 $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 空間上四點， $A(3, 2, 1)$ ， $B(4, 2, -1)$ ， $C(0, 1, 4)$ ， $D(0, 0, 7)$ ，則由 $\vec{AB}$ 、 $\vec{AC}$ 、 $\vec{AD}$ 所張之平行六面體之體積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 求包含 y 軸且通過 $(2, 3, -4)$ 的平面方程式 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

11. 求兩平面 $E_1: x + y - 2z = 5$ 和 $E_2: 2x - y - z = 4$ 的交角為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(兩解)

12. 設四面體 $ABCD$ 中， $\overline{AC} = \overline{AD} = \overline{BC} = \overline{BD} = 5$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{CD} = 6$ ，令平面 ACD 與平面 BCD 的兩面角度量為 θ (銳角)，則 $\cos\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



高雄市立鼓山高中 112 學年度第二學期第一次段考《高二》數學科作答卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多選題：每題 8 分(全對得 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分)，共 40 分

1	2	3	4	5

二、填充題：共 60 分

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12

填充題配分

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	8	16	22	28	34	40	44	48	52	56	58	60

範圍:單元 1~單元 3.

一、是非題(一題 3 分)

1. () 無窮等比級數 $2+(-2)+2+(-2)+\dots$ 的和為 1
2. () 若函數 $f(x)$ 滿足 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ 則 $f(x)$ 在 $x=1$ 是連續的
3. () 極限 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ 不存在。

二、多選題(全對 5 分;錯一個 3 分;錯 2 個 1 分;其餘 0 分)

1. () 下列各無窮數列中，哪些為發散數列？ (A) $\{(1)^n\}$ (B) $\langle n^2 - 100^{1000} \rangle$ (C) $\langle 100 - n \rangle$ (D) $\left\langle \frac{2}{n} \right\rangle$ (E) $\{8\}$

2. () 已知函數 $f(x) = -3x^4 + 4x^2$, $g(x) = \cos(x)$, $h(x) = x^3 - 2$ ，選出所有正確的選項。(A) $f(x)$ 為偶函數 (B) $f(x)$ 的圖形對稱於原點 (C) $g(x)$ 的圖形對稱於 y 軸 (D) $g(x)$ 為偶函數 (E) $h(x)$ 為奇函數

三.填充題

1. 判斷下列各無窮數列為收斂或發散數列；若為收斂數列，求其極限。

(1) $\langle (1 - \sqrt{3})^n \rangle$

(2) $\left\langle \frac{(-5)^n}{6^{n+1}} \right\rangle$ 。

2. 求無窮等比級數 $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots$ 的值？

3. 求 $\sum_{k=1}^{40} k(k-2)$ 的值？

4. 甲、乙兩人輪流擲一粒公正骰子，當擲出點數為 1 或 4 時，此人獲勝，當擲出不為 1 或 4 時，改為另一人投擲。已知甲先投，求甲獲勝的機率？

5. 求下列各極限：

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5}{4n^2 + n}$ 。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+1}}{3^n - 4^n}$

(3) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x+1}{x-2} - \frac{9}{x^2 - x - 2} \right)$

6. (1) 若函數 $f(x) = (x^3 - 3)(x^2 + 4)$, $f'(0) = ?$

(2) 若函數 $g(x) = \frac{x-1}{x^2 + 3x + 1}$, $g'(2) = ?$

(3) 若函數 $h(x) = (x^2 - 7x + 3)^5$, $h'(0) = ?$

7. 設函數 $f(x) = \frac{|x|}{x}$ ($x \neq 0$)，(1) 畫出函數圖形 (2) $f(x)$ 在 $x=0$ 是否連續？

8. 已知函數 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 5, & \text{當 } x \geq 1 \\ ax - 2, & \text{當 } x < 1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 處連續，求實數 a 的值。

9. 已知首項為 a ，公比為 $\frac{1}{4}$ 的無窮等比級數和為 9，求首項 a 的值。

10. 假設某跑者在時間 t ($0 \leq t \leq 6$) 秒時的位置函數 $s(t) = 0.2t^2 + 5t$

(1) 求 $t=2$ 到 $t=4$ 的平均速度?

(2) 求 $t=3$ 的瞬時速度?

(3) 求 $t=4$ 的瞬時加速度?

11. 已知三次多項式 $f(x)$ 滿足 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 2$, 求 $f(x)$ 。

12. 已知函數 $f(x) = \frac{1}{x}$ 與 $g(x) = \sqrt{3-x}$,

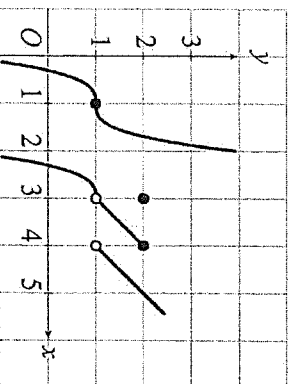
(1) 求合成函數 $f(g(x)) = ?$

(2) 求 $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ 的定義域?

(3) 求 $g(x)$ 的反函數?

13. 若 $f(x) = |x|$ (1) $f'(3) = ?$ (2) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = ?$ (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = ?$

14. 已知函數 $y = f(x)$ 的圖形：



(1) $f(4) = ?$ (2) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = ?$

高雄市立鼓山高中 112 學年度第二學期第一次月考高三數甲考題

範圍:單元 1~單元 3

班級: 姓名: 座號:

一、是非題(一題 3 分)

1	2	3
---	---	---

二、多選題(全對 5 分;錯一個 3 分;錯 2 個 1 分;其餘 0 分)

1	2
---	---

三、填充題

1(1)	1(2)	2	3	4
5(1)	5(2)	5(3)	6(1)	6(2)
6(3)	7(1)	7(2)	8	9
10(1)	10(2)	10(3)	11	12(1)
12(2)	12(3)	13(1)	13(2)	13(3)
14(1)	14(2)	空白	空白	空白

範圍:單元 1~單元 3

一、是非題(一題 3 分)

1. ☐ 無窮等比級數 $2+(-2)+2+(-2)+\dots$ 的和為 1
2. ☐ 若函數 $f(x)$ 滿足 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ 則 $f(x)$ 在 $x=1$ 是連續的
3. ☐ 極限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ 不存在。

二、多選題(全對 5 分;錯一個 3 分;錯 2 個 1 分;其餘 0 分)

1. ☐ 下列各無窮數列中，哪些為發散數列？ (A) $\{(-1)^n\}$ (B) $\langle n^2 - 100000 \rangle$
(C) $\langle 100 - n \rangle$ (D) $\left\langle \frac{2}{n} \right\rangle$ (E) $< \frac{n^2}{n+10000} >$

2. ☐ 已知函數 $f(x) = -3x^4 + 4x$, $g(x) = \sin(x)$, $h(x) = x^3 + 2x$ ，選出所有正確的選項。 (A) $f(x)$ 為偶函數 (B) $f(x)$ 的圖形對稱於原點 (C) $g(x)$ 的圖形對稱於 y 軸 (D) $g(x)$ 為偶函數 (E) $h(x)$ 為奇函數

三、填充題

1. 判斷下列各無窮數列為收斂或發散數列；若為收斂數列，求其極限。

(1) $\langle (1 + \sqrt{3})^n \rangle$

(2) $\left\langle \frac{(-5)^n}{6^{n+1}} \right\rangle$ 。

2. 判斷下列各無窮等比級數為收斂或發散級數；若為收斂級數，求其和。

(1) $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots$ 。

(2) $5 + 5 + 5 + \dots$

3. 求 $\sum_{k=1}^{10} (k-1)^2$ = ? 之值

4. 求下列各極限：

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5}{4n^2 + n}$ 。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 3}{n^2 + 1}$ 。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+1}}{3^n - 4^n}$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x+1}{x-2} - \frac{9}{x^2-x-2} \right)$$

5. 設函數 $f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{當 } x > 1 \\ -2x+3, & \text{當 } x < 1 \end{cases}$ 。極限 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 是否存在？

6. 已知函數 $f(x) = \begin{cases} x^2+5, & \text{當 } x \geq 1 \\ ax-2, & \text{當 } x < 1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 處連續，求實數 a 的值。

7. 已知首項為 10，公比為 0.32 的無窮等比級數的和

8. 在函數 $f(x) = x^3 + 1$ 的圖形上，求線上的點 $P(1, 2)$ 為切點的切線方程式

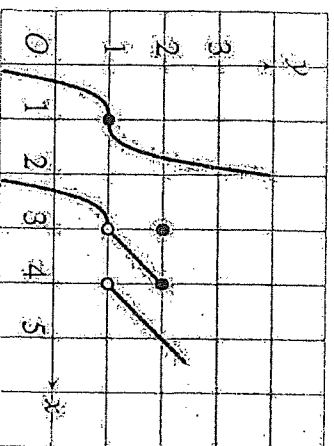
9. 已知二次多項式 $f(x)$ 滿足 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = -1$ ， $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 2$ ，求 $f(x)$ 。

10. 已知函數 $f(x) = \frac{1}{x}$ 與 $g(x) = \sqrt{3-x}$

(1) 合成函數 $g(f(x)) = ?$

(2) 求 $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ 函數定義域。

11. 已知函數 $y = f(x)$ 的圖形：



(1) $f(4) = ?$ (2) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = ?$ (3) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = ?$

12. 若 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5$ (1) $f'(x) = ?$ (2) $f'(1) = ?$

13.

若 $f(x) = |x|$ (1) $f'(3) = ?$ (2) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = ?$ (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = ?$

高雄市立鼓山高中 112 學年度第二學期第一次月考高三數乙答案

範圍:單元 1~單元 3

班級: 姓名: 座號:

一、是非題(一題 3 分)

1	2	3
---	---	---

二、多選題(全對 5 分;錯一個 3 分;錯 2 個 1 分;其餘 0 分)

1	2
---	---

三.填充題(共 81 分)

1(1)	1(2)	2(1)	2(2)	3
4(1)	4(2)	4(3)	4(4)	5
6	7	8	9	10(1)
10(2)	11(1)	11(2)	11(3)	12(1)
12(2)	13(1)	13(2)	13(3)	空白

