

高雄市立鼓山高中 112 學年度第二學期 高中部一年級 第 2 次月考 數學科試題卷

年 班 座號：_____ 姓名：_____ 試題範圍 3-1 ~ 3-4

※※※請注意：

所有答案不得以階乘、排列、組合符號(例如: ! 、 P 、 C)及指數表示,必須要把答案乘開,否則不予計分。

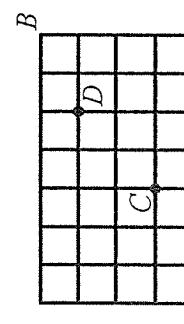
1. 同時擲兩粒公正骰子，則兩粒骰子的點數至少有一個奇數點的機率 = _____ (1) _____。
2. 老師從甲、乙、丙、丁四位同學中，隨機抽二位同學參加作文比賽，則甲、乙兩位同學都被抽中的機率為 _____ (2) _____。
3. 袋中有編號 1 ~ 48 號大小相同的球各一顆。從袋中任取一球，設每球被取出的機會均等，求取出球的編號是 2 或 3 的倍數之機率 = _____ (3) _____。

4. 將相同的筆 4 支，相同的書 2 本，不同的書包 2 個，分給 8 個人，一人一件東西，則分法有 _____ (4) _____。

5. 從有 6 個球投入 4 個箱子中，求下列投入法各多少種？

- (1) 球相同，箱子相同，每箱投入球數不限 _____ (5) _____ 種。
- (2) 球不同，箱子不同，每箱投入球數不限 _____ (6) _____ 種。
- (3) 球相同，箱子不同，每箱投入球數不限 _____ (7) _____ 種。
- (4) 球相同，箱子不同，每箱至少投入一球 _____ (8) _____ 種。
- (5) 球不同，箱子不同，每箱至少投入一球 _____ (9) _____ 種。

6. 如圖，縱街 8 條，橫街 5 條，某人由 A 到 B 走捷徑，求



- (1) 若不經過 C，方法有 _____ (10) _____ 種。

- (2) 若至少要經過 C 或 D 之一，則方法有 _____ (11) _____ 種。

7. 袋中有 3 個白球，4 個黑球，5 個紅球，自袋中一次取出 4 球，每球被取出的機會均等，則每種顏色的球至少取一個的機率為 _____ (12) _____。

8. 若 7 位男生，5 位女生中要選出 5 人，其中至少要有 2 名男生和 2 名女生，則選擇的方法有 _____ (13) _____ 種。

※請注意：背面仍有試題

9. 男同學 4 人，女同學 3 人排成一列合拍團體照，下列情形各有多少種排法？

- (1) 女同學 3 人希望相鄰，且不願夾在男同學之間 ____ (14) ____ 種。

- (2) 女同學不相鄰 ____ (15) ____ 種。

10. 求 $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^6$ 展開式中 x^3 項的係數 ____ (16) ____。

11. 將 5 件不同的物品，全分給甲、乙、丙、丁四人，求下列情形各有幾種分法

- (1) 任意分 ____ (17) ____ 種。

- (2) 甲至少得 2 件 ____ (18) ____ 種。。

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
分數	10	20	28	36	44	50	56	62	67	72	76	80	84	88	92	95	98	100

年 班 座號： 姓名： 範圍 3-1 ~ 3-4

※※※請注意：

所有答案不得以階乘、排列、組合符號(例如: ! 、 P 、 C)及指數表示,必須要把答案乘開,否則不予計分。

填充題

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18

配分資料

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
分數	10	20	28	36	44	50	56	62	67	72	76	80	84	88	92	95	98	100

*務必把答案寫在答案卷上,否則不予計分

一. 單選題

1. 沿空間中三相異平面 E_1, E_2, E_3 皆通過 $(-1, 2, 0)$ 與 $(1, 1, 1)$ 兩點，試問以下哪個點也同時在此三平面上？
- $(2, 3, 2)$
 - $(3, 0, 2)$
 - $(3, -2, 2)$
 - $(-2, 3, 1)$
 - $(-5, -3, -2)$.

2. 考慮實數二階方陣 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，若 $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -9 & -7 \end{bmatrix}$ ，則 $c - 2b$ 的值為何？

- (A) -11 (B) -4 (C) 1 (D) 10 (E) 11

二. 多重選擇題(至少有一個正確答案)

1. 下列哪些增廣矩陣所表示的一次方程組無解？

$$\begin{array}{ll} (\text{A}) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} & (\text{B}) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\ (\text{C}) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} & (\text{D}) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ (\text{E}) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \end{array}$$

2. 下列哪些直線與直線 $L : \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ 互為垂斜？

$$\begin{array}{ll} (\text{A}) \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3} & (\text{B}) \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{3} \\ (\text{C}) \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-1}{1} & (\text{D}) \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{1} \\ (\text{E}) \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1} & (\text{E}) \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1} \end{array}$$

3. 設 A, B, C 皆為 3×3 矩陣，則下列敘述何者正確？

- (A) $AB = BA$ 恒成立 (B) $(AB)C = A(BC)$ (C) 若 $AB = O$ ，則 $A = O$ 或 $B = O$ (D) 若 $AB = AC$ ，則 $B = C$
 (E) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ 恒成立。

三. 填空題

1. 空間中四邊形 $ABCD$, $A(2, 2, -2)$, $B(1, 3, -6)$, $C(11, 2, 4)$, $D(13, 0, 12)$, 試求兩對角線的交點坐標.

2. 已知空間中兩點 $A(7, 6, 3)$, $B(5, -2, 3)$ 與直線 L : $\frac{x+3}{4} = \frac{4-y}{1} = \frac{1-z}{1}$, 若點 P 為直線 L 上使得 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ 有最小值的點, 試求(1) P 的坐標及(2)此最小值.

3. 空間中, 點 $P(3, 8, -2)$, 平面 $2x - y + 2z - 12 = 0$, 試求: 點 P 對平面的對稱點 R 之坐標.

4. 若兩平面 $E_1: x + y + z = -1$ 與 $E_2: x - 2y - z = 5$ 的交線為 L . $\frac{x-1}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$, 求數對 (y_0, z_0, b, c)

5. 設 $L_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{m} = \frac{z-3}{n}$, $L_2: \frac{x}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$ 為空間中兩直線, 已知 $L_1 \perp L_2$, 試求兩直線的交點坐標為何?

6. 設 $L_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-2}{-1}$, $L_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-12}{-4}$ 為兩歪斜線, 且 P, Q 兩點分別在直線 L_1, L_2 上, 若 \overline{PQ} 為 L_1 與 L_2 之公垂線段, 試求: (1) 點 P , (2) Q 的坐標.

7. 空間中三平面 $E_1: x - y + z = 8$, $E_2: 2x + y + z = 7$, $E_3: 6x + 3y - 2z = -9$, 試求此三平面共同的交點.

$$\begin{cases} ax + 5y + 12z = 4 \\ x + ay + \frac{8}{3}z = 7 \end{cases}$$

8. 已知 a 、 b 為實數，且方程組 $\begin{cases} ax + 5y + 12z = 4 \\ x + ay + \frac{8}{3}z = 7 \\ 3x + 8y + az = 1 \end{cases}$ 恰有一組解，又此方程組經過一系列的高斯消去法運算後，

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & b & 7 \\ 0 & b & 5 & -5 \\ 0 & 0 & b & 0 \end{array} \right]$$

原來的增廣矩陣可化為 $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & b & 7 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right]$ 。則數對 (a, b) 為何？

9. 設 $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, 求

(1) $B + C =$ _____.

(2) $B\bar{D} + C\bar{D} =$ _____.

10. 某間新開幕飲料專賣店推出果汁、奶茶、咖啡三種飲料，前 3 天各種飲料的銷售數量（單位：杯）與收入總金額（單位：元）如下表，例如第一天果汁、奶茶、咖啡的銷售量分別為 60 杯、80 杯與 50 杯，收入總金額為 12900 元。已知同一種飲料每天的售價皆相同，則咖啡每杯的售價為？元。

	果汁(杯)	奶茶(杯)	咖啡(杯)	收入總金額(元)
第 1 天	60	80	50	12900
第 2 天	30	40	30	6850
第 3 天	50	70	40	10800

四. 計算題

一架戰鬥機在空間坐標點 $P(50, 50, 100)$ 處發生故障，所以沿著直線 $L: \frac{x-50}{1} = \frac{y-50}{2} = \frac{z-100}{2}$ 的方向，以每秒

10 單位的速度向海平面（即 xy 平面）俯衝，則飛機幾秒後接觸到海平面

班級: _____ 姓名: _____ 座號: _____

一. 單選題每題 5 分

1	2
---	---

二. 多重選擇題(至少有一個正確答案)每題 6 分,錯 1 個 3 分,錯 2 個 1 分,其餘不給分

1	2	3
---	---	---

三. 填充題

1	2	3	4	5	6(1)
6(2)	7	8	9(1)	9(2)	10

四. 計算題(請寫出詳細計算過程,若需圖形說明,請畫出圖形)

一架戰鬥機在空間坐標點 $P(50, 50, 100)$ 處發生故障, 所以沿著直線 $L: \frac{x-50}{1} = \frac{y-50}{2} = \frac{z-100}{2}$ 的方向, 以每秒 10 單位的速度向海平面(即 xy 平面)俯衝, 則飛機幾秒後接觸到海平面

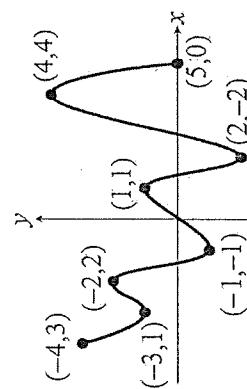
答案請寫在答案卷上

一、是非題：

1. 若多項式函數 $f(x)$ 在 $x=2$ 處有極值，則 $f'(2)=0$ 。
2. $f(x)$ 為多項式函數，若 $f'(3)=0$ ，則 $f(x)$ 在 $x=3$ 處有極值。
3. 多項式函數 $3x^2+1$ 的反導函數必為 x^3+x 。

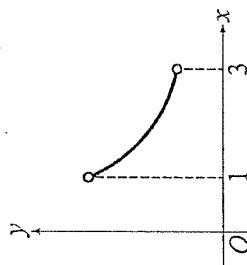
二、多選題：

1. 附圖是多項式函數 $f(x)$ 在閉區間 $[-4, 5]$ 的圖形，關於 $f(x)$ 的極大值、極小值、最大值與最小值，下列選項何者正確？



- (A) $f(x)$ 的極大值有 3 處
(B) $f(x)$ 的極小值有 4 處
(C) $f(x)$ 的最大值是 3
(D) $f(x)$ 的最小值是 0
(E) 極大值都比極小值大

2. 附圖為多項式函數 $f(x)$ 在區間 $(1, 3)$ 上的圖形，選出所有正確的選項。



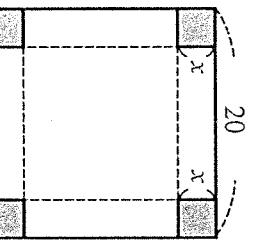
- (A) $f(2)>0$
(B) $f'(2)>0$
(C) $f''(2)>0$
(D) $f(x)$ 在區間 $(1, 3)$ 上為遞減函數
(E) $f'(x)$ 在區間 $(1, 3)$ 上為遞減函數
3. 關於函數 $f(x) = x^3 - 6x^2 - 36x + 90$ ，下列選項何者正確？
- (A) $f(x)$ 在區間 $[2, 6]$ 上是遞減函數
(B) $f(x)$ 在區間 $[-2, 2]$ 上是遞增函數
(C) $f(x)$ 在區間 $(2, \infty)$ 的圖形為凹口向上
(D) $f(x)$ 在區間 $(-2, 2)$ 的圖形為凹口向上
(E) $f(x)$ 圖形有 2 個反曲點

三、填充題：

1. 已知點 $(-1,1)$ 為三次函數 $f(x)=2x^3-3ax^2+2bx+1$ 的反曲點，則數對 $(a,b)=?$

2. 已知函數 $f(x)=x^3+ax^2+x+b$ ，在 $x=1$ 處有極小值3，則數對 $(a,b)=?$

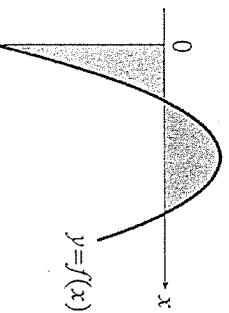
3. 如圖，於一邊長20公分的正方形硬紙板，從四個角各截去邊長 x 公分的小正方形，以便摺起而成一個無蓋的紙盒，則當紙盒容積最大時， $x=?$



4. 已知函數 $f(x)$ 滿足 $\int_{-4}^3 2f(x)dx=28$ 且 $\int_0^3 f(x)dx=2$ ，求 $\int_{-4}^0 f(x)dx$ 的值。

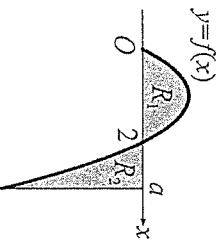
5. 已知 $F(x)$ 為 $f(x)=3x^2+6x-1$ 的一個反導函數且 $F(-2)=10$ ，求 $F(x)$ 。

6. 圖為函數 $f(x)=-x^2+4x-3$ 的圖形，求鋪色區域的面積。

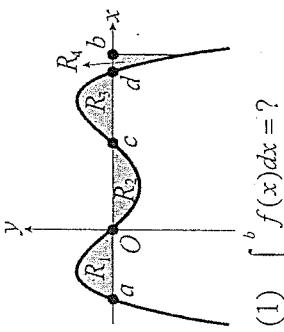


7. 已知 $\int_0^3 (ax^2 - 2x - 1)dx = 15$ ，求實數 a 的值。

8. 圖中， R_1 與 R_2 是函數 $f(x)=-x^2+2x$ 的圖形與 x 軸、 $x=a$ ($a>2$) 所圍成的兩個區域。已知 R_1 與 R_2 的面積相等，則 $a=?$



9. 設 $y = f(x)$ 之圖形如圖，其中四個斜線區域的面積分別為 $R_1 = 6$, $R_2 = 8$, $R_3 = 4$, $R_4 = 5$ ，試求下面兩積分：



$$(1) \int_a^b f(x) dx = ?$$

$$(2) \int_a^b |f(x)| dx = ?$$

10. 已知函數 $f(x) = x^2 - 4x$ ，求

(1) $f(x)$ 在區間 $[-2, 4]$ 內函數的平均 $h = ?$

(2) 若 $-2 \leq c \leq 4$ ，且 $f(c) = h$ ，則 $c = ?$

$$11. \text{求} \int_0^3 \sqrt{9 - x^2} dx = ?$$

12. 設 $f(x)$ 為一個多項式函數，且滿足 $\int_a^x f(t) dt = x^2 - 3x$ ，求：

$$(1) f(x) = ?$$

(2) a 的值為何？

6 年 班 號 姓 名											
格	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
數	8	16	24	30	36	42	48	54	60	64	68

得	8	16	24	30	36	42	48	54	60	64	68
分											

一.是非題：(1 格 3 分，總分 9 分)

1.	2.	3.
----	----	----

二.多選題：(全對算 1 格,錯 1 選項算半格,錯 2 選項 0 分)

1.	2.	3.
----	----	----

三.填充題：

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8.
9.(1)	9.(2)	10.(1)	10.(2)
11.	12.(1)	12.(2)	

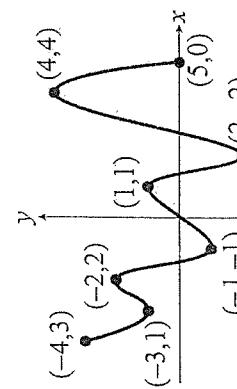
答案請寫在答案卷上

一、是非題：

1. 若多項式函數 $f(x)$ 在 $x=2$ 處有極值，則 $f'(2)=0$ 。
2. $f(x)$ 為多項式函數，若 $f''(3)=0$ ，則 $f(x)$ 在 $x=3$ 處有極值。
3. 多項式函數 $3x^2+1$ 的反導函數必為 x^3+x 。

二、多選題：

1. 附圖是多項式函數 $f(x)$ 在閉區間 $[-4, 5]$ 的圖形，關於 $f(x)$ 的極大值、極小值、最大值與最小值，下列選項何者正確？



- (A) $f(x)$ 的極大值有 3 處
(B) $f(x)$ 的極小值有 4 處
(C) $f(x)$ 的最大值是 3
(D) $f(x)$ 的最小值是 0
(E) 極大值都比極小值大

2. 若多項式函數 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的反導函數，則下列哪些選項是 $-f(x)$ 的反導函數？

- (A) $4 - F(x)$ (B) $F(x) - 4$ (C) $x - F(x)$ (D) $100 - F(x)$ (E) $-2F(x)$

3. 函數 $f(x) = x^3 - 12x + 6$ 在下列哪一個區間上為嚴格遞減函數？

- (A) $[-4, -3]$ (B) $[-3, -2]$ (C) $[-2, -1]$ (D) $[-1, 1]$ (E) $[1, 3]$

三、填充題：

1. 已知點 $(-1, 1)$ 為三次函數 $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 2bx + 1$ 的反曲點，則數對 $(a, b) = ?$

2. 已知函數 $f(x) = x^3 + ax^2 + x + b$ ，在 $x=1$ 處有極小值 3，則數對 $(a, b) = ?$

3. 已知 $F(x)$ 為 $f(x) = 3x^2 + 6x - 1$ 的一個反導函數且 $F(-2) = 10$ ，求 $F(x)$ 。

4. 已知函數 $f(x)$ 滿足 $\int_0^2 f(x)dx = 3$ 且 $\int_2^4 f(x)dx = 5$ ，求

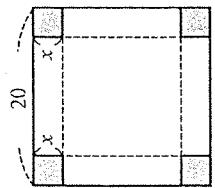
(1) $\int_0^4 f(x)dx = ?$

(2) $\int_0^4 (5f(x) - 4x)dx = ?$

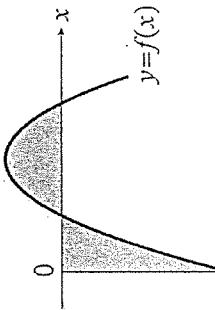
5. 如圖，於一邊長 20 公分的正方形硬紙板，從四個角各截去邊長 x 公分的小正方形，以便摺起而成一個無蓋的紙盒，且紙盒的容積為 $f(x)$ 立方公分，則

$$(1) f(x) = ?$$

(2) 當 $x = ?$ 紙盒容積達到最大。

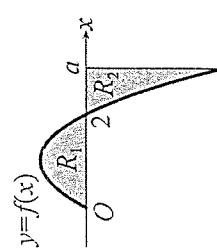


6. 圖為函數 $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ 的圖形，求鋪色區域的面積。

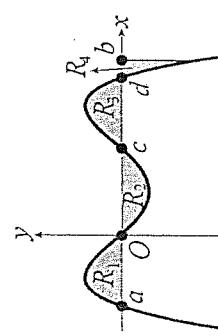


7. 已知 $\int_0^3 (\alpha x^2 - 2x - 1) dx = 15$ ，求實數 α 的值。

8. 圖中， R_1 與 R_2 是函數 $f(x) = -x^2 + 2x$ 的圖形與 x 軸、 $x = a$ ($a > 2$) 所圍成的兩個區域。已知 R_1 與 R_2 的面積相等，則 $a = ?$



9. 設 $y = f(x)$ 之圖形如圖，其中四個斜線區域的面積分別為 $R_1 = 6$, $R_2 = 8$, $R_3 = 4$, $R_4 = 5$ ，試求下面兩積分：



$$(1) \int_a^b f(x) dx = ?$$

$$(2) \int_a^b |f(x)| dx \text{ 的值為 } ?$$

10. 定積分 $\int_a^b (x^2 - 3) dx$ 的值為 _____。

11. 函數 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ 在閉區間 $[-2, 4]$ 上的最大值 M 與最小值 m , 則 $(M, m) = ?$

12. 已知 $\int_0^a (2x - 4) = -3$, 求實數 a 的值。

高雄市立鼓山高中 112 學年度第二學期第二次段考《高二社會組》數學答案卷

6 年 班 號 姓 名																		
格 數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
得 分	8	16	24	30	36	42	48	54	60	64	68	72	76	80	84	87	89	91

一.是非題：(1 格 3 分,總分 9 分)

1.	2.	3.
----	----	----

二.多選題：(全對算 1 格,錯 1 選項算半格,錯 2 選項 0 分)

1.	2.	3.
----	----	----

三.填充題：

1.	2.	3.	4.(1)
4.(2)	5.(1)	5.(2)	6.
7.	8.	9.(1)	9.(2)
10.	11.	12.	

