

*務必把答案寫在答案卷上,否則不予計分

一. 單選題

1. 某甲計算多項式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 除以 $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的餘式，其中 a, b, c, d 為實數，且 $a \neq 0$ 。他誤看成 $g(x)$ 除以 $f(x)$ ，計算後得出餘式為 $-3x - 17$ 。假設 $f(x)$ 除以 $g(x)$ 正確的餘式等於 $px^2 + qx + r$ ，則 p 的值會等於下列哪個選項？

- (1) -3
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 2
- (5) 3

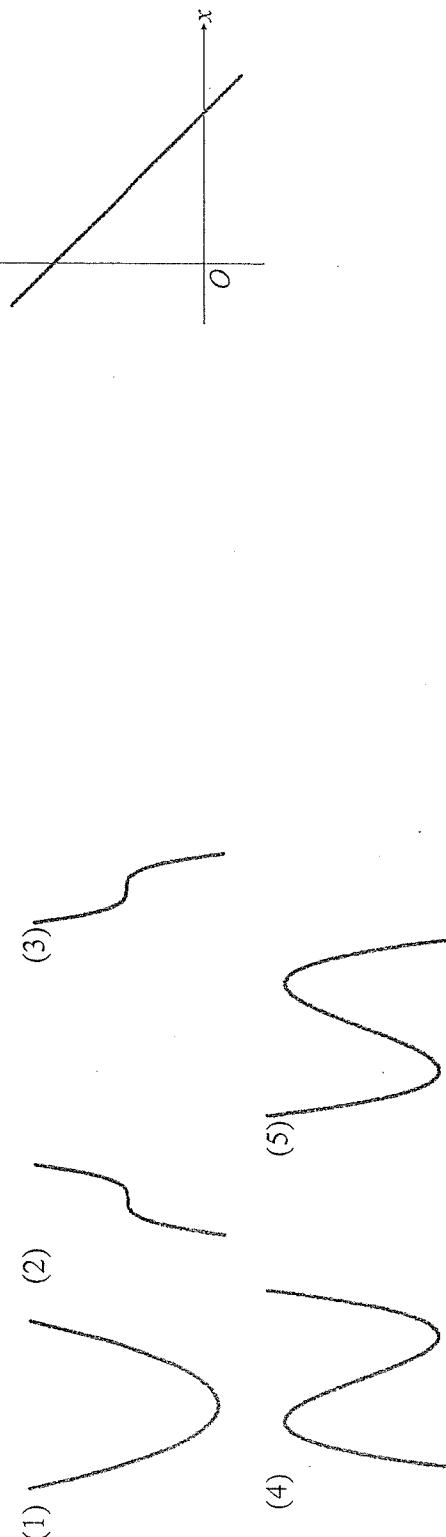
2. 多項式 $f(x) = (2x+1)^{10}$ 。將 $f(x)$ 除以下列哪個一次式，所得餘式的值會最小？

- (1) x (2) $x+1$ (3) $x-1$ (4) $2x+1$ (5) $2x-1$

3. 下列二次函數中，哪一個無法經由適當的平移後與其他重合？

- (1) $f_1(x) = 2x^2 + 8$
- (2) $f_2(x) = 2x^2 + 8x$
- (3) $f_3(x) = 2x^2 + x + 1$
- (4) $f_4(x) = x^2 + 8x$
- (5) $f_5(x) = 2x^2 + 8x - 5$

4. 已知一次函數 $y = ax + b$ 的圖形如右，下列哪一個選項的圖形最接近三次函數 $y = ax^3 + bx$ 的圖形？



二. 多重選擇題(至少有一個正確答案)

1. 若二次不等式 $f(x) \geq 0$ 的解為 $-2 \leq x \leq 4$ ，則下列何者正確？

(1) 二次函數 $y = f(x)$ 開口向上

(2) 二次函數 $y = f(x)$ 的對稱軸為 $x=1$

(3) $f(1) > f(0)$

(4) 二次不等式 $f(x+1) \geq 0$ 的解為 $-3 \leq x \leq 3$

(5) 二次不等式 $f(x) + 1 \geq 0$ 必有解

2. 若函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的圖形如右圖，

則下列各數哪些為負數？

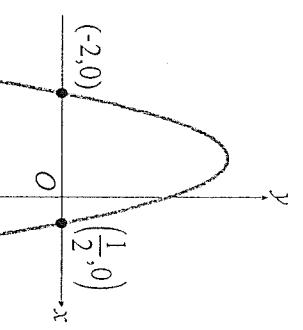
(1) a

(2) b

(3) c

(4) $b^2 - 4ac$

(5) $a - b + c$ 。



3. 設 $f(x) = (x^3 + 2x^2 + 1)(x^2 + x - 1) + 2x^2 + 1$ 。選出所有正確的選項。

(1) $f(x)$ 除以 $x+1$ 的餘式為 3

(2) $x-2$ 是 $f(x)$ 的因式

(3) $f(x)$ 除以 $x^3 + 2x^2 + 1$ 的餘式為 $2x^2 + 1$

(4) $f(x)$ 除以 $2x^3 + 4x^2 + 2$ 的餘式為 $x^2 + \frac{1}{2}$

(5) $f(x)$ 除以 $x^2 + x - 1$ 的商式為 $x^3 + 2x^2 + 3$ 。

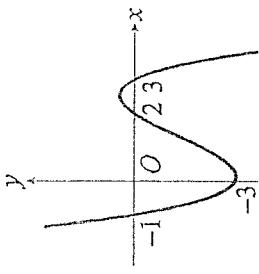
三. 填空題

1. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $x^2 - 4x - 5$ 的餘式為 $3x - 2$ ；除以 $x - 2$ 的餘式為 4，求 $f(x)$ 除以 $x^2 - x - 2$ 的餘式。

2. 已知多項式 $f(x)$ 滿足 $(x+1)f(x) = x^5 + a$ ，求 $f(x)$ 。

3. 已知二次函數 $f(x) = -2x^2 + 8x + (k-3)$ 的值恆為負數，求實數 k 的範圍

4. 已知三次函數 $f(x)$ 的圖形通過 $(-1, 0)$ 、 $(2, 0)$ 、 $(3, 0)$ 、 $(0, -3)$ 四點，如圖所示，求
 (1) 不等式 $f(x) > 0$ 的解。 (2) 函數 $f(x)$ 。



5. 解不等式 $x^2(2x+9)(x-8) \leq (2x+1)(2x+9)(x-8)$

6. 設 $f(x) = 2x^3 + 6x^2 + 3x + 4 = 2(x-h)^3 + p(x-h) + k$ 。求

(1) 序組 $(h, k, p) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $y=f(x)$ 圖形的對稱中心

(3) 已知將 $f(x)$ 的圖形往右平移 a 單位，再向下平移 b 單位後的新圖形對稱於原點，則數對 (a, b) ？

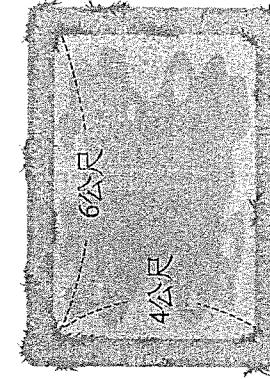
四. 混合計算題

1. 如圖，在一個寬 4 公尺，長 6 公尺的長方形池塘外圍闊一等寬的小路。設小路寬 x 公尺，回答下列問題。

(1) 已知小路的總面積為 x 的二次多項式 $f(x)$ ，下列何者為 $f(x)$ ？

(A) $4x^2$ (B) $x^2 + 5x$ (C) $x^2 + 5x + 6$ (D) $4x^2 + 20x$ (E) $4x^2 + 20x + 24$ 。

(2) 若小路的總面積須大於 56 (平方公尺) 且小於 96 (平方公尺)，則 x 的範圍為何？



2. 設 $f(x) = 8x^3 + 4x^2 - 4x + 7$ 。

(1) 連續使用綜合除法，將 $f(x)$ 表示成以下的形式：

$$f(x) = a\left(x - \frac{1}{2}\right)^3 + b\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + c\left(x - \frac{1}{2}\right) + d,$$

求實數 a, b, c, d 的值。

(2) 求 $f(0.505)$ 的近似值到小數點以下第二位 (第三位四捨五入)。

班級：_____ 姓名：_____ 座號：_____

一. 單選題每題 5 分

1	2	3	4
1	2	3	4

二. 多重選擇題(至少有一個正確答案)每題 6 分,錯 1 個 3 分,錯 2 個 1 分,其餘不給分

1	2	3
1	2	3

三. 填充題(答案為多項式者,請以降冪寫出)

1	2	3	4(1)	4(2)	5
6(1)	6(2)	6(3)			

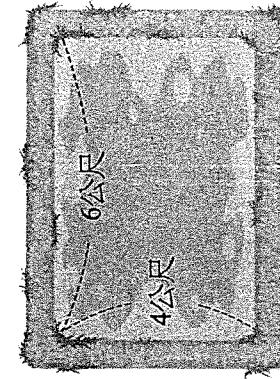
四. 混和計算題(請寫出詳細計算過程,否則不予計分)

1. 如圖，在一個寬 4 公尺，長 6 公尺的長方形池塘外圍闢一等寬的小路。

設小路寬 x 公尺，回答下列問題。

(1) 已知小路的總面積為 x 的二次多項式 $f(x)$ ，下列何者為 $f(x)$? (5 分)

(A) $4x^2$ (B) $x^2 + 5x$ (C) $x^2 + 5x + 6$ (D) $4x^2 + 20x$ (E) $4x^2 + 20x + 24$ 。



(2) 若小路的總面積須大於 56 (平方公尺) 且小於 96 (平方公尺)，則 x 的範圍為何？(6 分)

2. 設 $f(x) = 8x^3 + 4x^2 - 4x + 7$ 。(1) 使用綜合除法，將 $f(x)$ 表示成以下的形式：

$$f(x) = a\left(x - \frac{1}{2}\right)^3 + b\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + c\left(x - \frac{1}{2}\right) + d$$

Ans: _____ (8 分)

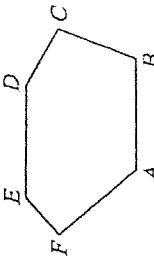
(2) 求 $f(0.505)$ 的近似值到小數點以下第二位 (第三位四捨五入)。(5 分)

一、單選題：每題 4 分，共 12 分

1. () 試問行列式 $\begin{vmatrix} 1.7 & 59 \\ 2.7 & 69 \end{vmatrix}$ 之值為下列何者？ (A) 50 (B) 42 (C) -30 (D) -42 (E) -50。

2. () 如右圖，六邊形 $ABCDEF$ 中， \overrightarrow{AB} 與下列哪一個向量的內積最大？

- (A) \overrightarrow{AB} (B) \overrightarrow{AC} (C) \overrightarrow{AD} (D) \overrightarrow{AE} (E) \overrightarrow{AF} 。



3. () 下列哪一個向量與直線 $12x+18y-11=0$ 垂直？

- (A) $(3, -2)$ (B) $(6, -9)$ (C) $(12, -8)$ (D) $(-2, -3)$ (E) $(-2, 3)$ 。

二、多選題：每題 8 分(全對得 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分)，共 24 分

1. () 如右圖，點 O 為正六邊形 $ABCDEF$ 的中心。試問 \overrightarrow{BC} 與以下哪些向量相等？

- (A) \overrightarrow{FE} (B) \overrightarrow{ED} (C) \overrightarrow{FO} (D) \overrightarrow{CO} (E) \overrightarrow{AO} 。

2. () 有關二階行列式，下列那些選項是正確的？

- | | | | | | | | | | | | |
|-----|---|-----|---|-----|--|-----|--|-----|--|-----|---|
| (A) | $\begin{vmatrix} 3 & 456 \\ 123 & 2025 \end{vmatrix}$ | $=$ | $\begin{vmatrix} 3 & 123 \\ 456 & 2025 \end{vmatrix}$ | (B) | $\begin{vmatrix} 3a & 3b \\ 3c & 3d \end{vmatrix}$ | $=$ | $3 \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ | (C) | $\begin{vmatrix} 3a & 5a \\ 3c & 5c \end{vmatrix}$ | $=$ | 0 |
|-----|---|-----|---|-----|--|-----|--|-----|--|-----|---|
-
- | | | | | | |
|-----|--|-----|--|-----|---|
| (D) | $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ | $+$ | $\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix}$ | $=$ | 0 |
|-----|--|-----|--|-----|---|
-
- | | | | | |
|-----|--|-----|--|---|
| (E) | $\begin{vmatrix} a+100b & b \\ c+100d & d \end{vmatrix}$ | $=$ | $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ | 。 |
|-----|--|-----|--|---|

3. () 下列何者使得 P 點落在線段 \overline{AB} 上？

- (A) $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$ (B) $\overrightarrow{OA} = \frac{2}{5}\overrightarrow{OB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{OP}$ (C) $3\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - 4\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{0}$
 (D) $\overrightarrow{OA} = \frac{5}{3}\overrightarrow{OP} - \frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$ (E) $3\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{0}$ 。

三、填充題：共 64 分

1. 設 $\overrightarrow{a} = (3, 2)$ ， $\overrightarrow{b} = (x, 4)$ ， $\overrightarrow{c} = (-6, y)$ ，若 $\overrightarrow{a} \parallel \overrightarrow{b}$ 且 $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{c}$ ，則 $x+y=[]$ 。
 2. 已知 $A(4, -3)$ 、 $B(-1, 2)$ 、 $C(6, 7)$ 為坐標平面上的三點，則 $\triangle ABC$ 的重心坐標為 $[]$ 。
 3. 已知 x, y 為實數，且滿足 $x^2+y^2=5$ ，試求 $x-2y$ 的最小值為 $[]$ 。

4. 設 $\overrightarrow{a} = (2, 3)$ ， $\overrightarrow{b} = (-2, 5)$ ， $\overrightarrow{c} = (3, k)$ ，若 \overrightarrow{a} 在 \overrightarrow{c} 上的正射影與 \overrightarrow{b} 在 \overrightarrow{c} 上的正射影相同，則實數 $k=[]$ 。

5. 已知 $\triangle ABC$ 的三頂點坐標分別為 $A(4, -2)$ ， $B(-3, -3)$ ， $C(1, -1)$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積 = 【 】。

6. 設正 $\triangle ABC$ 之邊長為 6，則 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} =$ 【 】。

7. 已知行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 6$ ，則行列式 $\begin{vmatrix} a-3c & b-3d \\ 4c & 4d \end{vmatrix} =$ 【 】。

8. 設 $\overrightarrow{a} = (2, 4)$ ， $\overrightarrow{b} = (1, 1)$ ， $\overrightarrow{c} = \overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}$ ，則 $|\overrightarrow{c}|$ 的最小值為 【 】。

9. 已知 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 的解為 $(x, y) = (1, 2)$ ，則 $\begin{cases} a_1x + (2a_1 - b_1)y + c_1 = 0 \\ a_2x + (2a_2 - b_2)y + c_2 = 0 \end{cases}$ 的解 $(x, y) =$ 【 】。

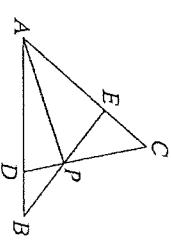
10. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $x(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + (y+3)\overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{0}$ ，則數對 $(x, y) =$ 【 】。

11. 設兩直線 $L_1 : 12x + 4y - 1 = 0$ 與 $L_2 : 2x - y - 2 = 0$ 則 L_1 與 L_2 的夾角為 【 】。

12. 設 A, B 兩點的坐標分別為 $A(-4, 9)$ ， $B(1, 4)$ 。若 P 點在 \overline{AB} 上，且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 2$ ，則 P 點的坐標為
【 】。

13. 已知 $\triangle ABC$ 的面積為 5，若 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，且 $-1 \leq x \leq 1$ ， $1 \leq y \leq 4$ ，設滿足上述條件的 P 點所形成圖形為 S ，則 S 的面積為 【 】。

14. 如右圖， $2\overline{CE} = \overline{AE}$ ， $3\overline{BD} = \overline{AD}$ ，若 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，則數對 $(x, y) =$ 【 】。



班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

		3
	2	
1		

卷之三

1	2	3
---	---	---

詩六題五

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	8	16	22	28	34	38	42	46	50	54	58	60	62	64

高雄市立鼓山高中 113 學年度第一學期期末考《高三自然組》數學試題卷

答案請寫在答案卷上

一、單選題：

1. 若兩非空事件 A, B 為獨立事件，則下列選項何者有誤？

- (A) $P(A \mid B) = P(A)$ (B) $P(B \mid A) = P(B)$ (C) $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ (D) $P(A' \cap B') = P(A')P(B')$
(E) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

2. 已知隨機變數 X 的機率函數如表：

$X = x_i$	6	7	8	9
$f(x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	k	$\frac{5}{12}$

試選出實數 k 正確的選項？

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{5}{6}$ (D) $\frac{1}{12}$ (E) $\frac{7}{12}$.

二、填充題：

1. 設二個隨機變數 X, Z 的關係為 $Z = -3X + 1$ ，若 $E(X) = 5$, $\text{Var}(X) = 3$ ，試求 σ_Z .

2. 設袋中有大小形狀相同的 6 個紅色球與 4 個綠色球，今從袋中每次隨機取一球，取後放回，連續取 100 次，求取到紅色球個數的期望值。

3. 大華高中舉辦闖關遊戲，每位參賽者要依序過三關，過關了才能繼續挑戰下一關。太慶在第一、二、三關被淘汰的機率分別為 $\frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ ，且每一關過關與否不互相影響，試求太慶被淘汰的機率。

4. 投擲一個骰子 4 次，試求恰出現 1 次 1 點的機率。

5. 短跑選手小華參加過許多次百米競賽，假設他比賽能跑進 11 秒之內的機率為 0.1，而且每次參加比賽都是獨立事件，於是他打算連續參加比賽，直到能跑進 11 秒之內為止。

(1) 請問小華參加比賽 3 次以內就能跑進 11 秒之內的機率是多少？

(2) 假設小華認為他參加比賽不超過 4 次一定能跑進 11 秒之內，請問小華估計錯誤的機率是多少？

6. 連續丟擲一粒公正骰子，直到出現 2 點才停止，試求丟擲次數的變異數。

7. 投擲一枚金幣 10 次，假設出現正面的機率 $p = \frac{1}{2}$ ，隨機變數 X 表金幣出現正面的次數，已知 X 為 $n = 10, p = \frac{1}{2}$ 的二項分布，且其機率函數如附表。

k	$P(X \leq k)$	$P(X > k)$
10	1	0
9	0.999023438	0.000976563
8	0.989257813	0.010742188
7	0.9453125	0.0546875
6	0.828125	0.171875
5	0.6023046875	0.376953125
4	0.376953125	0.6023046875
3	0.171875	0.828125
2	0.0546875	0.9453125
1	0.010742188	0.989257813
0	0.000976563	0.999023438

試求：

$$(1) P(4 \leq X \leq 7) \text{ 約為多少?}$$

(2) 當機率標準 $\alpha = 0.2$ 時，試求拒絕區域。

(3) 當擲出 7 次正面時，是否該拒絕假設？

8. 一箱子內有 9 個燈泡，其中有 4 個是壞的。如今隨機取出 3 個，設隨機變數 X 是取出的燈泡中壞燈泡的個數，求 $P(X=2)$

9. 袋中有 2 個黑球，3 個白球，今由袋中每次取出一球，設各球被取出的機會均等，且取出後不再放回，直到取出的是白球才停止，試求需取出球數的期望值。

三、計算題：

1. 某班舉辦畢業抽獎活動，現場準備的抽獎箱裡放置了分別標有 60 元 1 個、40 元 2 個、20 元 3 個、0 元 4 個獎額的球共 10 個。班上學生自行從箱裡抽取一球（每球被抽中的機會均等且取後放回），即可得與此球數字等額的獎金，試問：若只抽取一次，設隨機變數 X 為抽球一次所得獎金，

(1) 試求隨機變數 X 的機率質量函數。

(2) 試求隨機變數 X 的期望值 $E(X)$ 。

(3) 試求隨機變數 X 的標準差 σ 。

格 數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得 分	8	16	24	32	40	45	50	55	60	65	70	75	80	84

一、單選題：

1.	2.
----	----

二、填充題：

1.	2.	3.	4.
5.(1)	5.(2)	6.	7.(1)
7.(2)	7.(3)	8.	9.

三、計算題：(總分 16 分)

1.(1) X 的機率函數如表所示：(1 格 1 分)

x_i			
$P(X=x_i)$			

(2)(4 分)

(3)(4 分)

高雄市立鼓山高中 113 學年度第一學期期末考《高三社會組》數學試題卷

答案請寫在答案卷上

一、單選題：

1. 若兩非空事件 A, B 為獨立事件，則下列選項何者有誤？

- (A) $P(A \mid B) = P(A)$ (B) $P(B \mid A) = P(B)$ (C) $P(A \cap B) = P(A) P(B)$ (D) $P(A' \cap B') = P(A') P(B')$
(E) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

二、填充題：

1. 隨機變數 X 為 $B\left(36, \frac{1}{3}\right)$ 的二項分布，求 X 的變異數為何？

2. 設袋中有大小形狀相同的 6 個紅色球與 4 個綠色球，今從袋中每次隨機取一球，取後放回，連續取 100 次，試回答下列問題：

(1) 求取到紅色球個數的期望值。

(2) 求取到紅色球個數的變異數。

3. 已知甲、乙、丙三人獨立解出一題數學問題的機率分別為 0.6, 0.5, 0.4，且每人解題互不影響，試求此題被解出的機率。

4. 大華高中舉辦闖關遊戲，每位參賽者要依序過三關，過關了才能繼續挑戰下一關。大慶在第一、二、三關被淘汰的機率分別為 $\frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ ，且每一關過關與否不互相影響，試求大慶被淘汰的機率。

5. 投擲一個骰子 4 次，試求恰出現 1 次 1 點的機率。

6. 假設一位阿兵哥打靶時每次打中靶面的命中率皆為 0.8，且每次打靶的命中率互不影響，如果他連續打 3 發子彈，試求中 2 發的機率。

7. 袋中有 2 黑球 3 白球，每次自袋中取出一球，第一次取出球後，不放回袋中，直接進行第二次取球。各球被取中的機率均等，試就下列條件判斷第一次取得黑球與第二次取得白球的事件是否為獨立事件。

設隨機變數 X_i 表示第 i 次取得黑球的個數，即 $X_i = \begin{cases} 1, & \text{表示第 } i \text{ 次取得黑球,} \\ 0, & \text{表示第 } i \text{ 次取得白球,} \end{cases} i = 1, 2.$

(1) $P(X_1 = 1) = ?$

(2) $P(X_2 = 0) = ?$

(3) 判斷第一次取得黑球與第二次取得白球的事件是否為獨立事件？

8. 投擲一枚金幣 10 次，假設出現正面的機率 $p = \frac{1}{2}$ ，隨機變數 X 表金幣出現正面的次數，已知 X 為 $n = 10, p = \frac{1}{2}$ 的二項分佈，且其機率函數如附表。

k	$P(X \leq k)$	$P(X > k)$
10	1	0
9	0.999023438	0.000976563
8	0.989257813	0.010742188
7	0.9453125	0.0546875
6	0.828125	0.171875
5	0.6023046875	0.376953125
4	0.376953125	0.6023046875
3	0.171875	0.828125
2	0.0546875	0.9453125
1	0.010742188	0.989257813
0	0.000976563	0.999023438

試求：

$$(1) P(4 \leq X \leq 7) \text{ 約為多少?}$$

(2) 當機率標準 $\alpha = 0.2$ 時，試求拒絕區域。

(3) 當擲出 7 次正面時，是否該拒絕假設？

9. 某次法律常識測驗共有 6 題單選題，每題都有三個選項，並且只有一個選項是正確的，已知阿華完全不會而亂猜，設隨機變數 X 為阿華答對的題數，試求：

(1) 隨機變數 X 的期望值。

(2) 隨機變數 X 的標準差。

(3) 若做對 4 題算及格，則阿華及格的機率為何？

高雄市立鼓山高中 113 學年度第一學期期末考《高三社會組》數學答案卷

6 年 班 號 姓名 _____

格	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
數	8	16	24	32	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100

一. 單選題：

1.

二. 填充題：

1.		2.(1)		2.(2)		3.	
4.		5.		6.		7.(1)	
7.(2)		7.(3)		8.(1)		8.(2)	
8.(3)		9.(1)		9.(2)		9.(3)	

