

*務必把答案寫在答案卷上,否則不予計分

一.單選題

1. 某遊戲共有 210 位玩家，每位玩家均持有寶石，其中持有 1 顆的有 1 位，持有 2 顆的有 2 位，依此類推，持有 20 顆寶石的有 20 位。試問這些玩家每人持有寶石數量的第 90 百分位數為下列哪一個選項？

- (1) 16 (2) 17 (3) 18 (4) 19 (5) 20

二. 多重選擇題(至少有一個正確答案)

1. 某羽球選手與甲、乙、丙、丁四位選手各比賽一場。賽後蒐集這四場比賽的數據，統計該選手的對手在比賽中殺球的總次數，以及每次殺球用時的平均及標準差，結果如下表所示。例如對手甲在該場殺球次數為 25 次、每次殺球用時平均 1.2 秒，每次殺球用時標準差 0.5 秒。

對手	該場殺球次數	每次殺球用時平均 (秒)	每次殺球用時標準差 (秒)
甲	25	1.2	0.5
乙	14	1.5	0.3
丙	20	1.7	0.2
丁	30	1.2	0.4

根據上述，對於甲、乙、丙、丁四位選手的表現，試選出正確的選項。

- (1) 丙在該場中每次殺球用時平均是四位中最多的
- (2) 丁在該場中花在殺球的總用時是四位中最多的
- (3) 甲在該場中每次殺球的用時都與丁相同
- (4) 甲在該場中每次殺球用時的全距，大於丁在該場中每次殺球用時的全距
- (5) 乙在該場中各次殺球的用時不可能都在 1.4 到 1.6 秒之間

2. 選出正確的選項。

- (1) $C_{30}^{37} = C_7^{37}$
- (2) $C_{50}^{99} + C_{49}^{99} = C_{49}^{100}$
- (3) $C_{25}^{50} - C_{25}^{49} = C_{24}^{49}$
- (4) $C_2^{99} + C_3^{99} + C_4^{100} = C_4^{101}$
- (5) $C_0^{10} + C_1^{11} + C_2^{12} + C_3^{13} + C_4^{14} + C_5^{15} = C_5^{16}$

三. 填空题

1. 某商店推出抽獎活動，提供香蕉、鳳梨、蘋果、橘子四種不同款式的水果公仔當獎品。每次抽獎可得 1 個公仔，且每種款式被抽中的機率皆相等。某甲決定抽獎四次，試問他恰抽到三種不同款式公仔的機率為何？

2. 求 $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^6$ 展開式中的常數項

3. 某電影公司要求宣傳部的 11 名員工，至少派出 2 人到電影街宣傳新產品，共有多少種選派方案？

4. 從一列有 10 節車廂的電車中，選出 3 節車廂為自由座。若第一節車廂或最後一節車廂至少有一節車廂為自由座，則共有多少種選法？

5. 袋中有 6 顆紅球與若干顆白球，今從袋中一次取出 2 顆球。已知此二球為 1 紅球與 1 白球的機率為 $\frac{8}{15}$ ，求袋中白球的顆數。

6. 投擲一粒不公平的骰子。設擲出 k 點，即可得到與點數相同金額。已知擲骰子一次所得的金額 k 與其對應的機率如下：

金額	1	2	3	4	5	6
機率	x	y	y	x	y	y

又知所得金額的期望值為 3 元，求出出現 6 點的機率

7. 某一水果商批發了 10 箱水果，從中任選 2 箱做農藥檢驗，若驗出任一箱水果的農藥過量，則整批水果退貨。已知 10 箱中有 2 箱水果所含的農藥過量，則這批水果被退貨的機率為何？

8. 某公司的營業額，第二年比第一年成長5%，第三年比第二年衰退25%，第四年比第三年成長47%，求這三年的平均成長率。

9. 財務上常以各事件發生的機率作為權數來求平均利潤。某保險公司推出一年期的防疫險保單：投保人年繳保費 500 元，在符合保單的規定下，若於一年內因疫情被隔離即能獲得理賠 10 萬元。該公司推估投保人被隔離與否的機率如下表。

顧客狀況	被隔離	不被隔離
機率	0.001	0.999

試以機率為權數，計算該公司推估平均每份保單的利潤

10. 攝氏溫度 x ($^{\circ}\text{C}$) 與華氏溫度 y ($^{\circ}\text{F}$) 的關係為 $y = \frac{9}{5}x + 32$ 。

以攝氏溫度表示某地區七月份的平均溫度 μ_x 為 35°C ，標準差 σ_x 為 5.5°C 。若採用華氏溫度，試問該地區七月份的平均溫度 μ_y 與標準差 σ_y 各為華氏幾度？

11. 電腦可以將二張不同的人臉合成為一張新面孔。電視節目「最強大腦」選了 60 位藝人的臉，任意將每二位不同的臉都用電腦合成並印出一張新面孔。請問總共印出幾張合成的新面孔？

12. 從 15 種不同口味的冰淇淋中任選兩球(可選相同)有幾種選法？

13. 箱中裝有 100 元、200 元、500 元、600 元的紅包裝各一個。今從箱中任抽取 2 個紅包裝，已知每個紅包裝被抽中的機會都相等，求所取得 2 個紅包裝金額的期望值。

四. 混合計算題

某益智節目的規則如下：參賽者需要連續正確回答 10 題 4 選 1 的單選題，每題答對都能累積獎金，10 題全對可獲得 100 萬元獎金，但中途答錯只能獲得上一題累積獎金的一半。下表即為答對題數與累積獎金：

題數	答對時的累積獎金
：	：
第八題	12 萬元
第九題	30 萬元
第十題	100 萬元

小賈參加這個節目，並一路答對九題，試回答以下問題。

1. 設小賈不知道第十題的答案而亂猜，則他獲得獎金的期望值約為多少？（單選題）

(1) 11 萬元 (2) 15 萬元 (3) 30 萬元 (4) 36 萬元 (5) 50 萬元。

1. 第十題的題目是：「下列哪一位不是數學家？」選項有「高斯、尤拉、荷馬與巴斯卡」，因為小賈剛上完數學課聽過機率與巴斯卡的故事，所以知道巴斯卡是數學家，但其他

2. 個人都不認識，打算三選一亂猜的時候，主持人為了炒熱氣氛，宣布一條新規則：

「可以選擇放棄作答，並直接獲得 40 萬獎金」。試以期望值的概念幫助小賈決策，應該三選一亂猜，還是直接放棄作答，獲得 40 萬元獎金？（非選擇題）

班級： _____ 姓名： _____ 座號： _____

請勿用鉛筆作答，否則扣 5 分

一. 單選題每題 5 分

1

二. 多重選擇題(至少有一個正確答案)每題 6 分,錯 1 個 3 分,錯 2 個 1 分,其餘不給分

12

三. 填充題

1	2	3	4	5	6
7	8	9	$10\mu_y =$	$10\sigma_y =$	11
12	13				

四. 混和計算題(請寫出詳細計算過程,否則不予計分)

某益智節目的規則如下：參賽者需要連續正確回答 10 題 4 選 1 的單選題，每題答對都能累積獎金，10 題全對可獲得 100 萬元獎金，但中途答錯只能獲得上一題累積獎金的一半。下表即為答對題數與累積獎金：

題數	答對時的累積獎金
:	:
第八題	12 萬元
第九題	30 萬元
第十題	100 萬元

小賈參加這個節目，並一路答對九題，試回答以下問題。

1.設小賈不知道第十題的答案而亂猜，則他獲得獎金的期望值約為多少？（單選題）

(1) 11 萬元 (2) 15 萬元 (3) 30 萬元 (4) 36 萬元 (5) 50 萬元。

Ans: _____

2.第十題的題目是：「下列哪一位不是數學家？」選項有「高斯、尤拉、荷馬與巴斯卡」，因為小賈剛上完數學學課聽聽過機率與巴斯卡的故事，所以知道巴斯卡是數學家，但其他 3 個人都不認識，打算三選一亂猜的時候，主持人為了炒熱氣氛，宣布一條新規則：

「可以選擇放棄作答，並直接獲得 40 萬獎金」。試以期望值的概念幫助小賈決策，應該三選一亂猜，還是直接放棄作答，獲得 40 萬元獎金？（非選擇題）需寫出計算過程,否則不予給分

高雄市立鼓山高中 113 學年度第二學期第二次段考《高二》數學 A 試題卷

一、是非題（每題 2 分，共 10 分）

1. () 「小明數學平時考都不及格，但他覺得這次數學段考有 30 % 的機率會及格」，此句提到的 30 % 是主觀機率。
2. () 若 5 支籤中只有 1 支中獎籤，有 5 人依序抽籤，甲最先抽，乙最後抽；若取出不放回，則甲中獎機率高於乙。
3. () 若 A, B 為獨立事件，則 $P(A|B) = P(A)$ 。
4. () 若 A, B 為互斥事件，則 A, B 必為獨立事件。
5. () 空間中，直線 $L: x = -y = z$ 與 x 軸互為歪斜線。

二、單選題（每題 5 分，共 15 分）

1. () 已知坐標空間中兩條直線 $L_1: \frac{x+5}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-3}$ ， $L_2: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$ ，則 L_1 與 L_2 的關係為下列何者？
 (A) 重合 (B) 平行 (C) 相交於一點 (D) 歪斜 (E) 無法判斷。
2. () 已知樣本空間有 A, B 兩事件， A 事件發生的機率為 0.4， B 事件發生的機率為 0.6， A 發生或 B 發生的機率為 0.8，則 A 與 B 都發生的機率為下列何者？
 (A) 0.2 (B) 0.24 (C) 0.32 (D) 0.48 (E) 1。
3. () 擲一枚均勻硬幣三次，令 A 表示第一次出現正面的事件， B 表示三次中至少兩次為正面的事件，則 $P(A|B) = ?$

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{7}{8}$ (E) $\frac{1}{8}$ 。

三、多選題（每題 8 分，共 16 分）

1. () 在空間坐標中，下列敘述何者正確？

(A) $x - y + z = 5$ 的圖形為一平面

(B) $\begin{cases} x=5-2t \\ y=7+3t \\ z=-2+t \end{cases}$ (t 為實數) 的圖形為一直線

(C) $\frac{x}{5} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+7}{2}$ 的圖形為一直線

(D) $3x - y = 7$ 的圖形為一直線

(E) $\begin{cases} 2x+y-z=3 \\ 4x+2y-2z=6 \end{cases}$ 的圖形為一直線。

2. () 擲一骰子 50 次，將其結果記錄如表，下列哪些選項正確？

(A) 出現 3 點的機率最大

(B) 出現偶數點的機率為 0.45

(C) 出現點數大於 3 的機率為 0.48

(D) 若根據此結果做為下一次擲出骰子點數的機率，則為客觀機率。

(E) 根據此結果推測，再取此骰子丟擲 1 次，點數為 3 點的機率不到 0.2。

點數	1	2	3	4	5	6
次數	6	8	12	10	9	5

四、填充題（共 59 分）

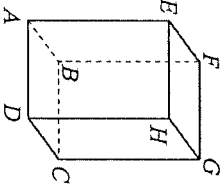
1. 求直線 $L: \begin{cases} x=t \\ y=-1+3t \\ z=1+2t \end{cases}$ 與平面 $E: x + y + z = 12$ 的交點為【 】。

2. 求兩平行平面 $E_1: 2x + 4y + \sqrt{5}z - 5 = 0$ 與 $E_2: 2x + 4y + \sqrt{5}z + 10 = 0$ 的距離為【 】。

3. 已知兩直線 $L_1: \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-1}{2}$ 與 $L_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{1}$ 相交於一點 P ，試求 P 點坐標為【 】。

4. 空間中，求過點 $P(1, 0, -1)$ ，且包含一直線 $L: \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{6}$ 的平面向程式為【 】。

5. 如右圖，一長方體 $ABCD-EFGH$ ， $\overline{AB}=1$ ， $\overline{AD}=2$ ， $\overline{AE}=3$ ，點 H 到平面 AFC 的距離為【 】。



6. 已知空間中平面 $E_1: 2x+y+2z+3=0$ 與平面 $E_2: x+y-2=0$ ，求平面 E_1 、 E_2 的銳夾角為【 】度。

7. 已知空間中的直線 L 過點 $(2, 4, 3)$ 且與直線 $M: \begin{cases} x+2y+3z=0 \\ 3x+2y+z=0 \end{cases}$ 平行，若直線 L 的比例式為 $\frac{x-c}{a} = \frac{y}{-2} = \frac{z-d}{b}$ ，則序組 $(a, b, c, d) =$ 【 】。

8. 袋中有 1 號至 24 號的同樣球各一個，設每顆球被選取的機會均等，今自其中任取兩球，則在兩球球號和為 30 的條件下，兩球球號均為奇數的機率為【 】。

9. 若大門上鎖的機率為 0.6，此門鑰匙與其他 9 把鑰匙混在一起。今任取 5 把外出，則可開此門的機率為【 】。

10. 籤筒的 10 支籤中，3 支有獎，今有甲、乙、丙、丁 4 人依序各抽出一支籤，抽完後不放回，已知甲，乙都沒中獎的情況下，則丁的中獎機率為【 】。

11. 某工廠有甲、乙、丙三部機器生產同一產品，其中甲機器生產的占 50%，乙機器生產的占 20%，丙機器生產的占 30%，又甲、乙、丙生產不良品的機率分別為 4%、6%、7%。今隨機抽取一產品，若已知取得的產品為不良品，則此產品是由甲機器所生產之機率為【 】。

12. 鼓山高中任教國文科與數學科共 18 位老師，男女性別與任教科目如右表。若本校希望性別與任教科目獨立，則國文科應增聘【 】位男老師才能達到此理想。

	女生	男生
國文科	8	1
數學科	6	3

高雄市立鼓山高中 113 學年度第二學期第二次段考《高二》數學 A 作答卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、是非題：每題 2 分，共 10 分

1	2	3	4	5

二、單選題：每題 5 分，共 15 分

1	2	3

三、多選題：每題 8 分(全對得 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分)，共 16 分

1	2

四、填充題：共 59 分

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12

填充題配分

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得 分	8	16	22	28	34	38	42	46	50	53	56	59

一、是非題：每題 2 分、共 10 分

- () 1. 設 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, 若 $a \in \mathbb{R}$ 且 $f'(a) = 0$, 則 $f(a)$ 必為極大值或極小值。
- () 2. 設 f 為三次多項式函數, 則 f 必有極值。
- () 3. 若函數 $y = f(x)$ 為可積分的奇函數, 則 $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ (其中 $a \in \mathbb{R}$)。
- () 4. 若相異兩函數 $F_1(x)$, $F_2(x)$ 皆為 $f(x)$ 的反導函數, 則定積分 $\int_a^b f(x) dx = F_1(b) - F_1(a) = F_2(b) - F_2(a)$ 。
- () 5. 定積分 $\int_a^b f(x) dx$ 即表 $y = f(x)$ 的圖形與直線 $x = a$, $x = b$, $y = 0$ 所圍出的區域面積。

二、單選題：每題 5 分共 10 分

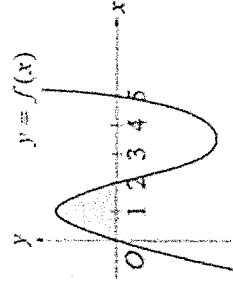
- () 1. 下列敘述何者正確？
- (A) $\int_a^b f(x) dx$ 一定大於 0
- (B) $\int_{-1}^1 |x^3| dx = |\int_{-1}^1 x^3 dx|$
- (C) 若 $f(x) = x^n$, $n \in \mathbb{N}$, 則 $F(x) = \frac{1}{n+1} x^{n+1}$ 為 $f(x)$ 的一反導函數
- (D) 黎曼和 $\sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x$ 為 f 的上和或下和
- (E) 設 $f(x)$ 在區間 (a, b) 上的任一點的二階導數均存在, 若 $c \in (a, b)$ 且 $(c, f(c))$ 為 f 圖形的反曲點, 則 $f'(c) = 0$

- () 2. 設 $G(x) = \int_1^x (t^2 - 2t + 5) dt$, 則 $G'(3) = ?$ (A) 6 (B) 8 (C) 13 (D) 15 (E) 20

三、多選題：每題 10 分(全對得 10 分, 錯一個選項得 6 分, 錯兩個選項得 2 分), 共 10 分

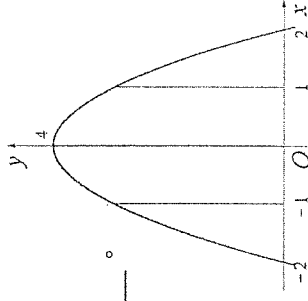
- () 1. 附圖為函數 $y = f(x)$ 的圖形, 已知塗色區域面積為 3, 又 $\int_0^5 f(x) dx = -2$, 下列選項哪些正確？

- (A) $\int_0^2 f(x) dx = 3$
- (B) $\int_0^5 3f(x) dx = 6$
- (C) $\int_2^5 f(x) dx = -5$
- (D) $\int_0^5 |f(x)| dx = 8$
- (E) $\int_0^2 f(x) dx - \int_2^5 f(x) dx = -8$



四、填充題：共 70 分

1. 如右圖, 函數 $f(x) = 4 - x^2$, 區間 $[-2, 2]$ 的 4 等分割 $P = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 求 $f(x)$ 的上和 = _____。



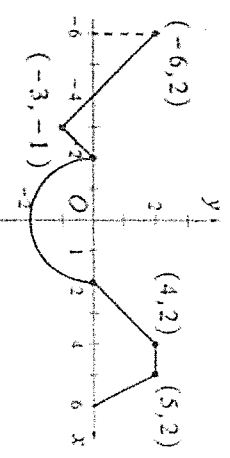
2. $f(x) = -x^3 + 12x + 7$, $x \in [-3, 3]$, 若 $f(x)$ 的最大值為 M , 最小值為 m , 則 $(M, m) =$ _____。

3. 試求過 $P(2, 5)$ 且與拋物線 $y = x^2 + 2x - 3$ 相切的切線方程式為_____。

4. $\int_0^x \cos x \, dx =$ _____。

5. $\int_{-5}^3 \sqrt{25 - x^2} \, dx =$ _____。

6. 如右圖，函數 f 的圖形是由五個線段和一個半圓所構成，試求定積分 $\int_{-4}^4 f(x) \, dx =$ _____。



7. 試求不定積分 $\int (3x^2 + 2) \, dx =$ _____。

8. 試求定積分 $\int_1^3 (x^2 - 2x + 3) \, dx =$ _____。

9. 設 $f(x) = 4x^3 - 3x^2 - 5x + 2$ ，試利用一次估計求 $f(2.01)$ 的近似值為_____。

10. 試求 $f(x) = x^3$ 的圖形與直線 $x = -1$ ， $x = 2$ ， $y = 0$ 所圍出的區域面積為_____。

11. 將一個邊長 12 公分的正方形鐵片，四個角各截去一個面積相等的小正方形，然後再將各邊摺起來，做成一個無蓋的長方體容器，則長方體容器的容積最大為_____立方公分。

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、是非題：每題 2 分，共 10 分

1	2	3	4	5

二、單選題：每題 5 分，共 10 分

1	2

三、多選題：每題 10 分(全對得 10 分，錯一個選項得 6 分，錯兩個選項得 2 分)，共 10 分

1

四、填充題：共 70 分

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	

填充題配分

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	8	16	24	32	38	44	50	56	62	66	70

