

適用班級:401~407 範圍:第二冊單元 9~單元 12

一、是非題(每題 3 分)

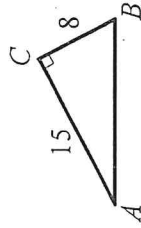
- () 若 $\sin \theta < 0$ 且 $\cos \theta < 0$ ，則 θ 角是第四象限角。
- () $\sin^2 10^\circ + \cos^2(-10^\circ) - \frac{\sin 13^\circ}{\cos 77^\circ} = 0$
- () 有 10 筆數據 (x_i, y_i) 都滿足 $y_i = -x_i + 10$ ，其中 $i = 1, 2, \dots, 10$ ，則 $r = 1$
- () P 的極座標 $[2, 300^\circ]$ ，直角座標為 $(\sqrt{3}, -1)$
- () 在 $\triangle ABC$ 中，若 a, b, c 分別表示三內角 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的對邊長， $a : b : c = 2 : 4 : 3$ ，則 $\sin A : \sin B : \sin C = 2 : 4 : 3$
- () 設 A, B, C 為 $\triangle ABC$ 的三個內角，則 $\sin(A+B+C) + \cos(B+C) + \cos(A) = 0$

二、多選題(每題 5 分;錯一個 3 分,錯 2 個 1 分;其餘 0 分)

- () 有 20 筆數據 (x_i, y_i) ， $i = 1, 2, \dots, 20$ ，其平均數 $\mu_x = 6, \mu_y = 5$ ，變量 x 與 y 的相關係數 $r = -0.9$ ，且 y 對 x 的迴歸直線通過點 $(4, 6)$ 。選出正確的選項：(A) 20 筆數據都在迴歸直線上 (B) 迴歸直線的斜率為 -1 (C) 迴歸直線通過點 $(2, 7)$ (D) x 的標準差大於 y 的標準差 (E) 迴歸直線的斜率為 -0.9
- () 坐標平面上， $\triangle ABC$ 三頂點的坐標分別為 $A(1, 0)$ ， $B(0, 2)$ ， $C(4, 1)$ ，試選出正確的選項 (A) $\overline{AB}$ 的斜角為 θ ， $\tan \theta = -2$ (B) $\cos A < \sin C$ (C) $\triangle ABC$ 為鈍角三角形 (D) $\sin A = \frac{7\sqrt{2}}{10}$ (E) B 的極座標 $[2, 90^\circ]$

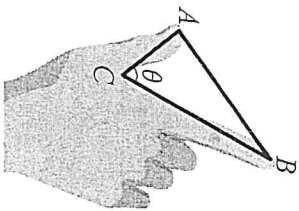
三、填充題(56 分)

- 求下列三角形中 $\sin A \tan B + \cos C = ?$



- (1) 求三邊長分別為 9, 10, 17 的三角形之面積?
(2) $\triangle ABC$ ， $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\angle A = 150^\circ$ ，求三角形 ABC 的面積?
- ABCD 為圓內接四邊形。已知 $\angle DBC = 45^\circ$ ， $\angle ABD = 60^\circ$ ， $\overline{CD} = 10$ ，求 $\overline{AD} = ?$
- 比較下列各數的大小： $a = \cos 50^\circ$ ， $b = \sin 170^\circ$ ， $c = \cos(-740^\circ)$ ， $d = \tan(-675^\circ)$ 。
- 平面上，已知兩直線 $L_1 : y = \sqrt{3}x$ 與 $L_2 : \sqrt{3}y = x + 3$ 的斜角分別為 θ_1 與 θ_2 ，求兩直線 L_1 與 L_2 夾角中的鈍夾角?
- 已知 θ 為第二象限角， $\sin \theta = \frac{5}{13}$ ，求 $\sin(180^\circ + \theta) - \tan(-\theta) + \cos(180^\circ - \theta) = ?$
- 求 $\sin 270^\circ \tan(225^\circ) \tan 750^\circ \cos(-315^\circ)$ 的值。
- 已知 $\sin \theta - \cos \theta = -\frac{1}{5}$ ，求 (1) $\sin \theta \cos \theta = ?$ (2) $\sin^3 \theta - \cos^3 \theta = ?$

- 《大戴禮記》中提到「布手知尺」，表示當時是將拇指與食指（或中指）伸直張開之間的距離來做丈量的工具。圖是將右手食指與拇指伸直，虎口張開 θ 時的手指形狀。分別測得 $BC = 15$ 且 $\overline{AC} = 8$ 。



- (1) 當測得 $\overline{AB} = 15$ 時，求虎口張開角度 θ 的餘弦值。
- (2) 當虎口張開的角度 $\theta = 60^\circ$ 時，求 $\overline{AB}$ 的長度。

四、計算題(占 16 分)

1. 有一艘船從碼頭 O 出發，往東北方前進 20 公里到 A 地後，再往正西方前進至 B 地，於 B 地停船測得碼頭在南 30° 東。
 (1) 試求 B 地與碼頭的距離。(2 分)
 (2) 試問船從 A 地到 B 地的航程中與碼頭最近的距離為多少？(2 分)

2.

七位同學的性向測驗 x (分) 與成就測驗 y (分) 的成績對照如列表。

性向測驗 x (分)	5	3	7	4	8	12	10
成就測驗 y (分)	3	2	6	4	4	7	9

- (1) 繪出此數據的散布圖。(3 分)
- (2) 求 x 與 y 的相關係數。(3 分)
- (3) 求迴歸直線(3 分)
- (4) 若性向測驗 x 為 9 分,則成就測驗 y 是多少分?(取到小數點後第一位)(3 分)?

公式集錦:

$$(1) r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}} \sqrt{S_{yy}}},$$

(2) 迴歸直線(最佳直線)

$$y - u_y = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - u_x) = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} (x - u_x)$$

其中 $S_{xy} = (x_1 - u_x)(y_1 - u_y) + \dots + (x_n - u_x)(y_n - u_y)$

$$S_{xx} = (x_1 - u_x)^2 + \dots + (x_n - u_x)^2$$

$$S_{yy} = (y_1 - u_y)^2 + \dots + (y_n - u_y)^2$$

高雄市立鼓山高中 113 學年度第二學期普通科高一數學試題

適用班級:401~407 範圍:第二冊單元 9~單元 12

班級: 姓名: 座號:

一、是非題(每題 3 分)

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

二、多選題(每題 5 分;錯一個 3 分,錯 2 個 1 分,其餘 0 分)

1	2
---	---

三、填充題(總分 56 分)

1	2(1)	2(2)	3
4	5	6	7
8(1)	8(2)	9(1)	9(2)

四 計算題(總分 16 分)

1. (需畫圖,否則不給分)
(1)(2 分)

2(1) (3 分)

2(2) (3 分)

1.(2)(2 分)

2(3) (3 分)

2(4) (3 分)

高雄市立鼓山高中 113 學年度第二學期 高二 數學 A 期末考 試題卷

範圍：第四章全部 班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

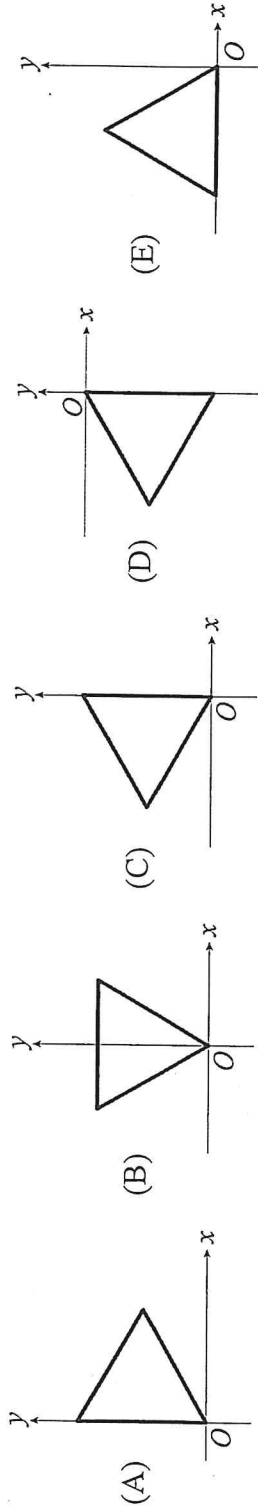
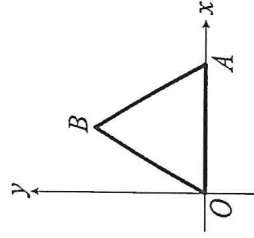
注意事項 1. 請用黑色筆(原子筆)或藍色筆(原子筆)作答 否則不予計分

2. 混合題之非選擇部分請詳細列式作答 否則不予計分

一、單選題(6 題，每題 3 分，共 18 分)

1. () 三元一次聯立方程式
$$\begin{cases} x-4y+3z=0 \\ 2x+3y-4z=1 \\ 3x-y-z=1 \end{cases}$$
 的解 (x,y,z) 為
(A)(1,1,1) (B)(1,-1,1) (C)(2,-1,-2) (D)無解 (E)無窮多組解
2. () 已知 A 、 B 、 C 皆為二階方陣， O 為二階零矩陣， I 為二階單位方陣，下列敘述何者正確？ (A) $AB=BA$
(B)若 $AB=AC$ 且 $A \neq O$ ，則 $B=C$ (C) $A(B+C)=AB$ ，則 $AC=O$ (D) $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$
(E)若 $A^2=-I$ ，則 $(ABA)^5=-AB^5A$

3. () 如圖，正三角形 OAB ，請選出經矩陣 $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 之線性變換後之圖形：



4. () 已知 $A = \begin{bmatrix} \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ \\ \sin 30^\circ & \cos 30^\circ \end{bmatrix}$ ，則滿足 $A^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 的最小正整數 $n =$ (A)4 (B)6 (C)8 (D)12 (E)24

5. () 下列矩陣，有幾個屬於旋轉矩陣？

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}.$$

(A)0 個 (B)1 個 (C)2 個 (D)3 個 (E)4 個

6. () 將點對直線 $L: y = -2x$ 鏡射，則此鏡射矩陣 A 為何？ (A)

$$\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{5}}{5} & \frac{2\sqrt{5}}{5} \\ \frac{2\sqrt{5}}{5} & \frac{\sqrt{5}}{5} \end{bmatrix} \quad \text{(B)} \quad \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix} \quad \text{(C)} \quad \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\text{(D)} \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(E)} \quad \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

(背面還有試題)

二、多選題(每題 8 分，錯 1 個選項得 5 分，錯 2 個選項得 3 分，錯 3 個選項以上或未作答不得分)

- () 設 $X = [x_{ij}]_{2 \times 2}$ ， $Y = [y_{ij}]_{2 \times 2}$ ，若矩陣 X 與 Y 滿足 $X + 2Y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ ， $Y - 3X = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ，則下列何者為真？ (A) $x_{11} > y_{11}$
(B) $x_{22} > y_{22}$ (C) $x_{21} + y_{21} = \frac{11}{7}$ (D) $y_{11} + y_{22} = 0$ (E) $3Y - 2X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$
- () 下列何者為旋轉矩陣？ (A) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
- () 設 $E_0: x - 4y + az = 10$ (a 為常數)， $E_1: x - 2y + z = 5$ ， $E_2: 2x - 5y + 4z = -3$ 為坐標空間中的三個平面，試問下列哪些敘述是正確的？ (A) 存在實數 a 使得 E_0 與 E_1 平行 (B) 存在實數 a 使得 E_0 與 E_1 垂直
(C) 存在實數 a 使得 E_0 、 E_1 、 E_2 交於一點 (D) 存在實數 a 使得 E_0 、 E_1 、 E_2 交於一直線
(E) 存在實數 a 使得 E_0 、 E_1 、 E_2 沒有共同交點

- () 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ 2 & 2 \\ \sqrt{3} & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ ，則下列選項哪些正確？ (A) A 是旋轉矩陣 (B) A 是鏡射矩陣 (C) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\frac{1}{2} & 2 \\ \sqrt{3} & 2 \\ 2 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$
(D) $A^3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (E) $A^6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

- () 已知聯立方程式 $\begin{cases} x - y - z = 3 \\ x + y + 3z = 1 \\ 5x + y + az = b \end{cases}$ ，則下列選項哪些正確？ (A) 若 $a = 7$ ，則聯立方程式有無窮多組解
(B) 若聯立方程式無解，則 $b \neq 9$ (C) 若 $b = 9$ ，則聯立方程式恰有一解 (D) 若 $b = 9$ ，則聯立方程式必為無窮多組解
(E) 若 $a \neq 7$ ，則聯立方程式恰有一解

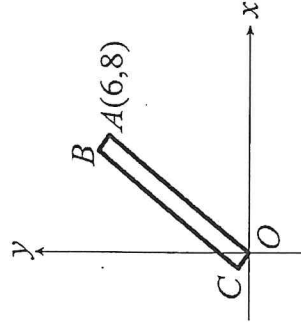
三、填充題(5 小題，每格 4 分，共 24 分)

- 在坐標平面上，定義一個坐標變換 $\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ，其中 $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ 代表舊坐標， $\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$ 代表新坐標。若舊坐標為 $\begin{bmatrix} r \\ s \end{bmatrix}$ 的點 P 經此坐標變換得到的新坐標為 $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ ，則 $(r, s) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 設 $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ ，其中 $a_{ij} = \begin{cases} 0, & i = j \\ 2, & i > j \\ 3, & i < j \end{cases}$ ，則矩陣 A 的所有元總和為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 某城市有甲、乙兩個觀光夜市，因為夜市的租金和人潮流動的因素，每個星期有 40% 的攤販從甲夜市移動到乙夜市；而乙夜市則有 50% 的攤販移動到甲夜市。已知甲夜市的攤販數有 100 個，乙夜市的攤販數有 200 個，則兩個星期後，甲夜市的攤販數有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個。(假設總攤販數不變)

4. 如圖，在坐標平面上， $O(0,0)$ 、 $A(6,8)$ ， $\overline{AB}=1$ ， $OABC$ 為矩形，則 B 點坐標為_____。



5. 設 $A = \begin{bmatrix} 2 & \alpha \\ 3 & \beta \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ ，

(1) 若 $AB = BA$ ，則數對 $(\alpha, \beta) =$ _____。

(2) 若 $A = A^{-1}$ ，則數對 $(\alpha, \beta) =$ _____。

四、混合題(2 題，共 18 分)

1. 設 $O(0,0)$ 、 $P(3,2)$ 、 $Q(1,5)$ ，若 O 、 P 、 Q 三點經由矩陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ 線性變換後得 O' 、 P' 、 Q' 三點，則

(1) $\triangle OPQ$ 的面積為何？(單選題 3 分)

- (A) 13 (B) $\frac{13}{2}$ (C) $\frac{13}{4}$ (D) $\frac{13}{8}$ (E) $\frac{13}{16}$

(2) P' 、 Q' 二點坐標分別為_____。(非選擇題 4 分)

(3) $\triangle O'P'Q'$ 的面積為_____。(非選擇題 3 分)

2. 設 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ， $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ ，試回答下列問題：

(1) 下列何者為 P^{-1} ？(單選題 3 分)

- (A) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(2) 矩陣 B 滿足 $B = P^{-1}AP$ ，則 $A^6 =$ _____。(非選擇題 5 分)

高雄市立鼓山高中 113 學年度第二學期 高二 數學 A 期末考 答案卷

範圍:第四章全部 班級: 座號: 姓名: 分數:

注意事項 1. 請用黑色筆(原子筆)或藍色筆(原子筆)作答 否則不予計分
2. 混合題之非選擇部分請詳細列式作答 否則不予計分

一、單選題(6 題，每題 3 分，共 18 分)

1.	2.	3.	4.	5.	6.
----	----	----	----	----	----

二、多選題(每題 8 分，錯 1 個選項得 5 分，錯 2 個選項得 3 分，錯 3 個選項以上或未作答不得分)

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

三、填充題(5 題，每格 4 分，共 24 分，數對、矩陣需全對才給分)

1.	2.	3.
4.	5. (1) $(\alpha, \beta) =$	5. (2) $(\alpha, \beta) =$

四、混合題(2 題，共 18 分)

1. 設 $O(0,0)$ 、 $P(3,2)$ 、 $Q(1,5)$ ，若 O 、 P 、 Q 三點經由矩陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ 線性變換後得 O' 、 P' 、 Q' 三點，則

(1) $\triangle OPQ$ 的面積為何？(單選題 3 分)

(A) 13 (B) $\frac{13}{2}$ (C) $\frac{13}{4}$ (D) $\frac{13}{8}$ (E) $\frac{13}{16}$

(2) P' 、 Q' 二點坐標分別為_____。(非選擇題 4 分)

(3) $\triangle O'P'Q'$ 的面積為_____。(非選擇題 3 分)

2. 設 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ， $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ ，試回答下列問題：

(1) 下列何者為 P^{-1} ？(單選題 3 分)

(A) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(2) 矩陣 B 滿足 $B = P^{-1}AP$ ，則 $A^6 =$ _____。(非選擇題 5 分)

