

高雄市立鼓山高中 114 學年度第 2 學期第一次段考《高一》數學科試題卷

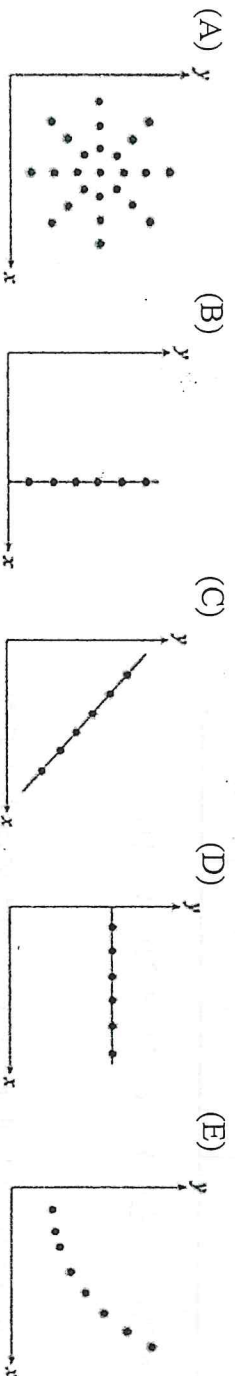
四年 _____ 班 _____ 號

一、是非題：每題 2 分，共 10 分

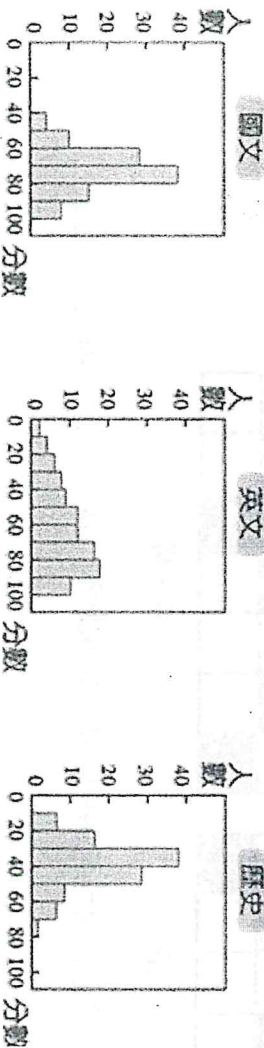
- () 1. 設 $a_1=1$ 且 a_1, a_2, a_3, \dots 為等差數列，若 $a_{100} > 0$ ，則 $a_{1000} > 0$ 。
- () 2. 有一個 11 項的等差數列 a_1, a_2, \dots, a_{11} ，其和為 0，則 $a_6 = 0$ 。
- () 3. 首項為 a_1 ，第 n 項為 a_n 的等比數列，其前 n 項的和 $S_n = \frac{n(a_1+a_n)}{2}$ 。
- () 4. 若把全班同學的數學成績都加 10 分，則其全距、中位數均不會改變。
- () 5. 相關係數 r 的變動範圍為 $-1 \leq r \leq 1$ 。

二、多選題：每題 8 分，共 24 分

() 1. 下列 5 個散布圖，何者表兩變量 x, y 為零相關？



() 2. 附圖為一年級國文、英文、歷史三科成績分布情形的直方圖。根據該圖，下列哪些推論是合理的？



- (A) 歷史的平均分數比國文的平均分數低
- (B) 歷史的平均分數最低
- (C) 英文的標準差比國文的標準差小
- (D) 英文的標準差最大
- (E) 「國文與歷史之相關係數」比「國文與英文之相關係數」高。

() 3. 考慮下列四組資料，

A 組：1, 2, 3, 4, 5; B 組：2, 4, 6, 8, 10; C 組：996, 997, 998, 999, 1000; D 組：1, 4, 9, 16, 25.

若四組資料標準差依序為 $\sigma_A, \sigma_B, \sigma_C, \sigma_D$ ，則下列選項哪些正確？

- (A) $\sigma_B = 2\sigma_A$ (B) $\sigma_C = \sigma_A$ (C) $\sigma_C > \sigma_A$ (D) $\sigma_D = \sigma_A^2$ (E) $\sigma_D > \sigma_A$ 。

三、填充題：共 66 分

1. 若一等比級數有 5 項，公比為 -2 ，其和為 110，則其首項為_____。
2. 等比數列 $x-4, x+1, 2x+2, \dots$ ，且公比為正數，試求第 5 項為_____。(不可以用 x 表示)。
3. 一群資料 7, 9, 13, 14, 18, 21, 21, 24，若全距為 a ，中位數為 b ，四分位距為 c ，則 $(a, b, c) =$ _____。

4. X 代表每個大學生平均每天研讀經濟學的時間（以小時計），則 $E = 7(24 - X)$ 代表每個大學生每週花在研讀經濟學以外的時間。已知 Y 代表每個大學生期末測驗的成績，且 X, Y 的相關係數為 0.75，則 E, Y 的相關係數為_____。

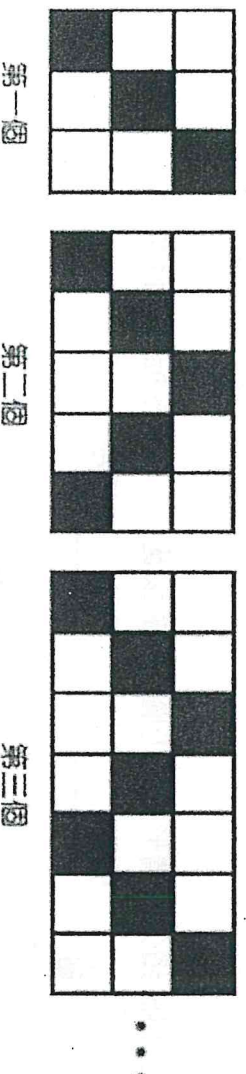
5. 假設某一組資料 x_1, x_2, \dots, x_{10} ，其中 $x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 80$ ， $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 = 4640$ ，則此組資料的標準差為_____。

6. 設有一組變數 x （國文）、 y （數學）的二維成績數據如表所示：

x （國文）	30	20	60	10
y （數學）	70	k	80	40

若 x, y 的最適直線方程式為 $15x - 14y + 250 = 0$ ，則 $k =$ _____。

7. 用黑、白兩種顏色的正方形地磚依照如下的規律拼成若干圖形：



設 a_n 表示第 n 個圖形所需用到白色地磚的個數，試求數列 $\langle a_n \rangle$ 一般項 $a_n =$ _____。

8. 某人將 100000 元存入銀行，按年利率 10% 計算，每年複利一次，則三年後的本利和為_____元。

9. 某公司連續三年的營業額成長率分別是 8%，25%，28%，試求此三年的營業額平均成長率為_____。

10. 在 15 與 135 之間插入 19 個數，使這 21 個數成爲一等差數列，則所插入的第 8 個數為_____。

11. 若兩等差數列 $\langle a_n \rangle$ 與 $\langle b_n \rangle$ 的前 n 項之和的比為 $(n+4) : (2n-1)$ ，則此二數列第 5 項的比 $a_5 : b_5 =$ _____。

12. 兩變量 x, y 的資料如右表，試求 x, y 的相關係數 $r =$ _____。

x	1	3	4	5	7
y	4	2	5	6	8

13. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 中， $a_1 = 1$ ， $a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n + 1}$ ，其中 n 為正整數，則可推測一般項 $a_n =$ _____。

高雄市立鼓山高中 114 學年度第 2 學期第一次段考《高一》數學科作答卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、是非題：每題 2 分，共 10 分

1	2	3	4	5

二、多選題：每題 8 分，共 24 分(錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分)

1	2	3

三、填充題：共 66 分

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13		

填充題配分

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得 分	8	16	22	28	34	40	44	48	52	56	60	64	66

參考公式：

1. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$,

$$\text{算術平均數 } \mu_x = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

$$\text{標準差 } \sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_x)^2 + (x_2 - \mu_x)^2 + \dots + (x_n - \mu_x)^2]} = \sqrt{\frac{1}{n}[x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2] - n\mu_x^2}$$

2. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$,

$$\text{相關係數 } r_{x,y} = \frac{(x_1 - \mu_x)(y_1 - \mu_y) + (x_2 - \mu_x)(y_2 - \mu_y) + \dots + (x_n - \mu_x)(y_n - \mu_y)}{n\sigma_x\sigma_y}$$

$$\text{迴歸直線 (最適合直線) 方程式 } y - \mu_y = r_{x,y} \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \mu_x)$$

高雄市立鼓山高中 114 學年度第二學期第一次段考《高二數學 A》數學試題卷

答案請寫在答案卷上

五年 班 號

一. 單選題:

1. 已知三向量 \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} 共平面, 則 $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) =$
 (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

2. 將 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$ 依第二列降階展開, 可得到哪個選項?

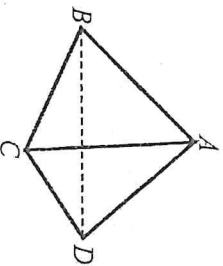
- (A) $a_1 \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} + a_2 \begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}$ (B) $b_1 \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} + b_2 \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} + b_3 \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}$ (C) $b_1 \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} - b_2 \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} + b_3 \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}$
 (D) $-b_1 \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} - b_2 \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} - b_3 \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}$ (E) $-b_1 \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} + b_2 \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} - b_3 \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}$

3. 求行列式 $\begin{vmatrix} 37 & 1 & 4 \\ -21 & 2 & 5 \\ 43 & 3 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -33 & 1 & 4 \\ 21 & 2 & 5 \\ -43 & 3 & 6 \end{vmatrix} =$

- (A) 7 (B) -12 (C) 17 (D) -13 (E) 24

二. 多選題: (全對算 1 格, 錯 1 選項算半格, 錯 2 選項 0 分)

1. 下圖是一個正四面體, A 、 B 、 C 、 D 為四個頂點。下列哪些直線與直線 AD 歪斜?



- (A) 直線 AB (B) 直線 AC (C) 直線 BC (D) 直線 BD (E) 直線 CD

2. 下列各敘述何者正確?

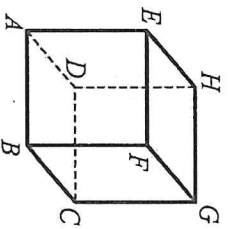
- (A) 空間中任意相異三點決定一平面
 (B) 空間中兩平行線決定一平面
 (C) 空間中兩兩相交, 但不交於同一點的三直線決定一平面
 (D) 空間中相交之兩相異直線決定一平面
 (E) 空間中兩相異直線, 若不相交, 則必平行

3. 下列哪些選項中的行列式與行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$ 相等?

- (A) $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{vmatrix}$ (C) $\frac{1}{4} \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ 2c_1 & 4c_2 & 2c_3 \end{vmatrix}$ (D) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 - c_1 & b_2 - c_2 & b_3 - c_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$ (E) $\begin{vmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ b_1 - c_1 & b_2 - c_2 & b_3 - c_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{vmatrix}$

4. 下列哪些向量與向量 $\vec{a} \times \vec{b}$ 垂直? (A) \vec{a} (B) $3\vec{a}$ (C) $\vec{a} - \vec{b}$ (D) $5\vec{b} - 4\vec{a}$ (E) $\vec{b} \times \vec{a}$

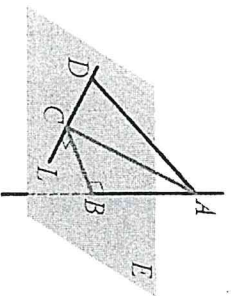
5. 如圖為一個正立方體，下列哪些向量與 \vec{AD} 的內積等於 0？



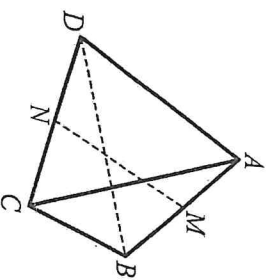
- (A) \vec{AB} (B) \vec{AC} (C) \vec{AD} (D) \vec{AE} (E) \vec{AF}

三、填充題：

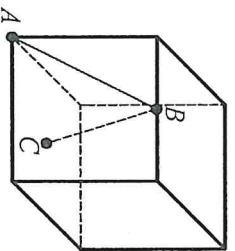
1. 如圖，直線 AB 垂直平面 E 於 B 點， L 是平面 E 上一條直線， D 是 L 上一點，直線 BC 垂直 L 於 C 點。已知 $\overline{AD} = 2$ ， $\overline{AB} = \overline{BC} = 1$ ，求 \overline{CD} 的長度。



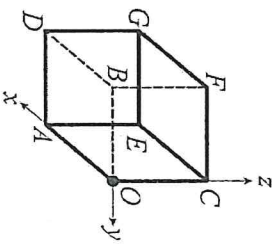
2. 如圖中， $ABCD$ 是一個邊長為 2 的正四面體， M 、 N 分別為 \overline{AB} 與 \overline{CD} 的中點，求 \overline{MN} 的長。



3. 圖為一個正立方體，且 A 為頂點， B 為所在邊的中點， C 為底面正方形的中心。已知正立方體邊長為 2，求 $\cos(\angle ABC)$ 的值。



4. 圖是空間中的一個長方體，已知 F 、 D 點的坐標分別為 $(0, -3, 3)$ ， $(4, -3, 0)$ ，則 E 點的坐標為何？



5. 空間中，設 $A(1, 2, 3)$ 、 $B(2, 1, 1)$ 、 $C(a, 3, b)$ 三點共線，則數對 $(a, b) = ?$

6. 空間中，設 P 是 z 軸上一點， A 點為 $(1, 2, -1)$ ， B 點為 $(2, 1, 3)$ 。若 $\overline{AP} = \overline{BP}$ ，則 P 點的坐標為何？

7. 若 \vec{OA} 與 \vec{OB} 決定的平行四邊形面積為 3，且 $\vec{OP} = x\vec{OA} + y\vec{OB}$ ，其中 $-1 \leq x \leq 2$ ， $2 \leq y \leq 4$ ，則所有 P 點所形成區域的面積為何？

8. 設 $A(2, -3, 1)$ 、 $B(-6, 1, 9)$ 為空間中兩點， P 為直線 AB 上一點，且 $\overline{AP} : \overline{PB} = 1 : 3$ 。當 P 在線段 \overline{AB} 上時，求 P 點坐標。

9. 已知實數 x 、 y 、 z 滿足 $x - 2y + 2z = 9$ ，求 $x^2 + y^2 + z^2$ 的最小值？

10. 已知空間中四點 $A(1, 1, 1)$ ， $B(2, 1, 0)$ ， $C(1, 2, 1)$ ， $D(a, a, 3)$ 共平面，求 a 的值。

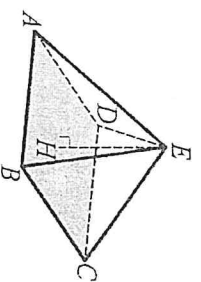
11. 已知空間中三點 $A(1, -1, 2)$ ， $B(-4, -2, -4)$ ， $C(3, 1, 3)$ ，試問：

(1) \vec{AB} 在 \vec{AC} 的正射影為何？

(2) 求 $\triangle ABC$ 面積？

12. 已知實數 x 滿足
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & 5 & 3 \\ x^2 & 25 & 9 \end{vmatrix} = 0$$
，求 x 的值。

13. 圖為一個各邊長皆為 1 的四角錐， $ABCD$ 是一個正方形。



(1) 求高 EH 的長為 _____。

(2) 已知兩側面 ABE 與 ADE 所夾的二面角為 θ ，求 $\cos\theta =$ _____。

14. 設 $\vec{a} = (2, 1, 1)$ ， $\vec{b} = (3, 2, 1)$ 為空間中兩向量。

(1) 求 $\vec{a} \times \vec{b}$ 。

(2) 已知向量 \vec{n} 滿足 $\vec{n} \perp \vec{a}$ ， $\vec{n} \perp \vec{b}$ ，且 $|\vec{n}| = 3$ ，求 \vec{n} 。

高雄市立鼓山高中 114 學年度第二學期第一次段考 《高二數學 A》 數學答案卷

5 年 班 號 姓名

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
得分	6	12	18	24	30	36	40	44	48	52	56	60	64	67	70	73	76	79	82	85	88	91	94	97	100

一. 單選題：

1.	2.	3.

二. 多選題：(全對算 1 格, 錯 1 選項算半格, 錯 2 選項 0 分)

1.	2.	3.	4.	5.

三. 填充題：

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8.
9.	10.	11.(1)	11.(2)
12.	13.(1)	13.(2)	14.(1)
14.(2)			

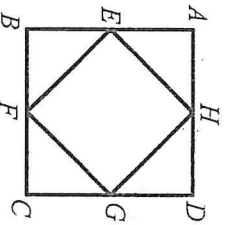
高雄市立鼓山高中 114 學年度第二學期第一次段考《高二數學 B》數學試題卷

答案請寫在答案卷上

506 班 _____ 號

一. 單選題:

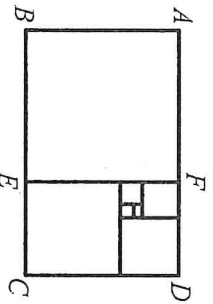
1. 如圖，已知於大正方形 $ABCD$ 各邊取中點，形成一小正方形 $EFGH$ ，則正方形 $ABCD$ 與正方形 $EFGH$ 的面積比為下列何者？



- (A) 1 : 1 (B) 2 : 1 (C) 3 : 1 (D) 4 : 1 (E) 8 : 1

2. $P(3,2,4)$ 在 xy 平面的投影點為 Q ，則 \overline{PQ} 的長為何？ (A) $\sqrt{13}$ (B) $2\sqrt{5}$ (C) 5 (D) 4 (E) 3

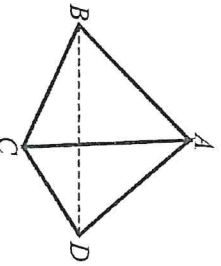
3. 圖為一黃金矩形 $ABCD$ ，且黃金矩形長與寬比值為 $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 。已知 $ABEF$ 為正方形，則 $\frac{\overline{BE}}{\overline{CE}}$ 為下列何者？



- (A) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (E) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

二. 多選題: (全對算 1 格, 錯 1 選項算半格, 錯 2 選項 0 分)

1. 下圖是一個正四面體， A 、 B 、 C 、 D 為四個頂點。下列哪些直線與直線 AD 歪斜？



- (A) 直線 AB (B) 直線 AC (C) 直線 BC (D) 直線 BD (E) 直線 CD

2. 下列各敘述何者正確？

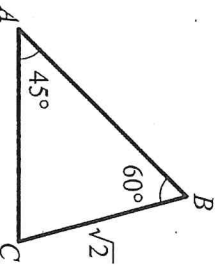
- (A) 空間中任意相異三點決定一平面
 (B) 空間中兩平行線決定一平面
 (C) 空間中兩兩相交，但不交於同一點的三直線決定一平面
 (D) 空間中相交之兩相異直線決定一平面
 (E) 空間中兩相異直線，若不相交，則必平行

3. 假設地球為一球體，下列哪些是正確的選項？
- (A) 地球表面上，每一條經線皆為球體的大圓
 - (B) 地球表面上，每一條緯線皆為球體的大圓
 - (C) 南緯 45° 的緯線比北緯 45° 的緯線長
 - (D) 西經 180° 與東經 180° 為同一條經線
 - (E) 所有緯線中，只有赤道是球體大圓

4. 以下關於平面上的比例之敘述，哪些是正確的選項？

- (A) 兩正三角形的邊長比等於面積比
- (B) 以單點透視法繪圖，在繪畫上兩條平行鐵軌看起來會交於很遠的某點上，這個點稱為消失點
- (C) 黃金比例的比值 $\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$
- (D) 若 $\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ ，則 $1+\phi = \phi^2$
- (E) 若 $1+\phi = \phi^2$ ，則 $\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

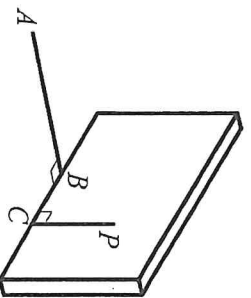
5. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $\overline{BC} = \sqrt{2}$ 。今將 $\triangle ABC$ 影印放大成 200%，關於放大後的三角形，選出所有正確的選項。



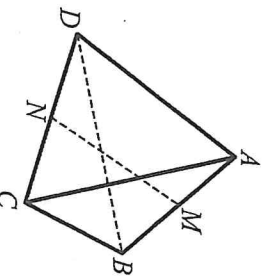
- (A) 有一內角為 90°
- (B) 有一內角為 75°
- (C) 有一邊長為 $2\sqrt{2}$ 公分
- (D) 面積為 $\triangle ABC$ 的 $\sqrt{2}$ 倍
- (E) 面積為 $\triangle ABC$ 的 4 倍

三、填充題：

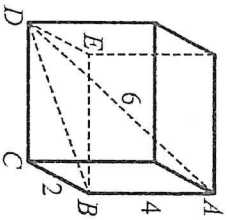
1. 如圖，下雨後，一隻蝸牛從 A 點爬行到圍牆上的 P 點。已知 B 、 C 是地面與圍牆的交線上之兩點，滿足 $\angle ABC = \angle BCP = 90^\circ$ ，且 $\overline{AB} = 80$ 公分， $\overline{BC} = 50$ 公分， $\overline{CP} = 40$ 公分，請問蝸牛至少爬行幾公分？



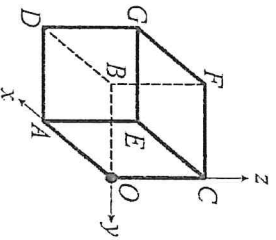
2. 如圖中， $ABCD$ 是一個邊長為 2 的正四面體， M 、 N 分別為 \overline{AB} 與 \overline{CD} 的中點，求 \overline{MN} 的長。



3. 圖為一個長立方體，且 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 2$ ， $\overline{AD} = 6$ ，則 \overline{CD} 長度為何？



4. 圖是空間中的一個長方體，已知 F 、 D 點的坐標分別為 $(0, -3, 3)$ ， $(4, -3, 0)$ ，則 E 點的坐標為何？



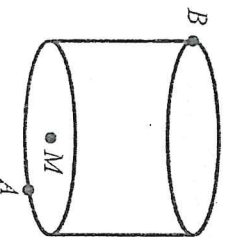
5. 將地球儀置於坐標空間中，且球心為原點 O ，半徑為 3。

(1) 已知在地球儀上 A 、 B 兩地的坐標分別為 $A(3, 0, 0)$ 、 $B(0, -2, \sqrt{5})$ ，則 $\angle AOB =$ _____。

(2) 承上題，若地球的半徑為 6400 公里，則地球上飛機從 A 地飛往 B 地的最短航線長為 _____ 公里。

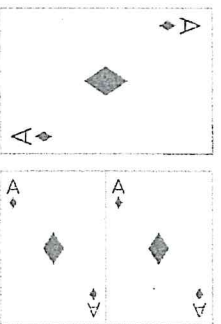
6. 空間中，設 P 是 z 軸上一點， A 點為 $(1, 2, -1)$ ， B 點為 $(2, 1, 3)$ 。若 $\overline{AP} = \overline{BP}$ ，則 P 點的坐標為何？

7. 如圖，已知在空間中，點 $A(0, 1, 0)$ 為直圓柱體底面圓的一點，且圓心為 $M(2, 0, 2)$ ；頂面圓通過點 $B(5, \sqrt{7}, -1)$ ，求圓柱體體積？



8. 一長方形的長邊為 9、短邊為 5。今將短邊增加 3，試問長邊要增加多少單位，新長方形才會與原來的長方形相似？

9. 魔術師變魔術將撲克牌變成原來的一半大，這其實是使用了一種特製的撲克牌，如圖所示。

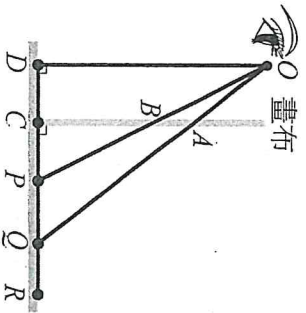


(I) 原來的撲克牌總是能分割成兩張一樣的小一號撲克牌。

(II) 小一號的牌與原來的牌形狀相似。

試問這種魔術用的特製撲克牌之長寬比是多少呢？

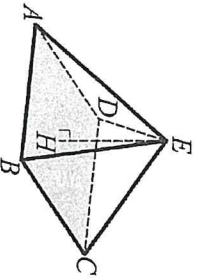
10. 圖為畫家使用單點透視法的示意圖，已知 $\overline{OD} = 160$ ， $\overline{DC} = 40$ 且 $\overline{CP} = 40$ 。



(1) 求 $\overline{BC} =$ _____。

(2) 若 $\overline{PQ} = 40$ ，則 \overline{PQ} 在畫布上的長度 $\overline{AB} =$ _____。

11. 圖為一個各邊長皆為 1 的四角錐， $ABCD$ 是一個正方形。



(1) 求高 \overline{EH} 的長為 _____。

(2) 已知兩側面 ABE 與 ADE 所夾的二面角為 θ ，求 $\cos\theta =$ _____。

12. 已知地球儀的赤道半徑為 30 公分。

(1) 東經 120° 線的長度為 _____ 公分。

(2) 北緯 45° 線的長度為 _____ 公分。

(3) 若質點從北緯 45° ，東經 10° 的位置沿北緯 45° 線向東移動到北緯 45° ，東經 30° 的位置，則質點移動的距離為 _____ 公分。

高雄市立鼓山高中 114 學年度第二學期第一次段考《高二數學 B》數學答案卷

5 年 ___ 班 ___ 號 姓名 _____

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
得分	6	12	18	24	30	36	40	44	48	52	56	60	64	67	70	73	76	79	82	85	88	91	94	97	100

一. 單選題：

1.	2.	3.

二. 多選題：(全對算 1 格, 錯 1 選項算半格, 錯 2 選項 0 分)

1.	2.	3.	4.	5.

三. 填充題：

1.	2.	3.	4.
5.(1)	5.(2)	6.	7.
8.	9.	10.(1)	10.(2)
11.(1)	11.(2)	12.(1)	12.(2)
12.(3)			

班 座號： _____ 姓名： _____

※記得用黑筆或藍筆寫答案，否則全卷扣 5 分

※ 單選題 (每題 4 分，共 20 分)

- () 設無窮級數 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $3n+2 < na_n < 3n+8$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 之值為何？
(A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) 3 (E) 8。
- () 下列何者為發散數列？
(A) $\left\langle \frac{6}{n^2} \right\rangle$ (B) $\left\langle \frac{2^{n+1}}{3^n} \right\rangle$ (C) $\left\langle \frac{(-1)^n}{3} \right\rangle$ (D) $\left\langle \frac{3^n+4^n}{5^n} \right\rangle$ (E) $\left\langle \frac{(-2)^n}{5^{n+1}} \right\rangle$ 。
- () 試問下列哪一個數列的極限值最大？
(A) $\left\langle 4 + \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2} \right\rangle$ (B) $\left\langle \frac{2^{n-3}+2}{2^n} \right\rangle$ (C) $\left\langle \left(\frac{4n-2}{n} \right) \left(\frac{6n-1}{5n} \right) \right\rangle$ (D) $\left\langle \frac{11n^2-100}{3n^2} \right\rangle$ (E) $\left\langle \frac{27n+1}{7n} \right\rangle$ 。
- () 坐標平面上，橢圓 Γ 的方程式為 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{6^2} = 1$ (其中 a 為正實數)。若將 Γ 以原點 O 為中心，沿 x 軸方向伸縮為 2 倍、沿 y 軸方向伸縮為 3 倍後，所得到的新圖形會通過點 $(18, 0)$ 。試問下列哪一個選項是 Γ 的焦點？
(A) $(-3\sqrt{5}, 0)$ (B) $(0, 3\sqrt{3})$ (C) $(0, 6\sqrt{13})$ (D) $(-3\sqrt{13}, 0)$ (E) $(9, 0)$ 。
- () 設 F_1, F_2 為橢圓 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{5} = 1$ 之兩焦點， A, B 在橢圓上且 \overline{AB} 過 F_1 ，則 $\triangle ABF_2$ 之周長為下列何者？
(A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18 (E) 20。

※多重選擇題 (答錯 1 個選項半對，答錯 2 個以上選項則不給分)

答對題數

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10 分	18 分	26 分	34 分	40 分	46 分	52 分	56 分	58 分	60 分

- () 下列哪些數列為收斂數列？
(A) $\langle (0.1)^n \rangle$ (B) $\langle (-1)^n \rangle$ (C) $\left\langle \frac{4^{n-1}+3}{4^n} \right\rangle$ (D) $\left\langle \frac{5n^2+3}{4n^2} \right\rangle$ (E) $\left\langle \cos \frac{n\pi}{2} \right\rangle$ 。
- () 試判斷以下哪些數列收斂？
(A) $\left\langle 4 - \frac{1}{n} \right\rangle$ (B) $\langle 1.9 \rangle$ (C) $\langle (-1)^{n+2} \rangle$ (D) $\left\langle \left(\frac{5}{3} \right)^n \right\rangle$ (E) $\left\langle \frac{1}{n^2+1} \right\rangle$ 。
- () 下列各數列中，何者趨近於 0？
(A) $\left\langle (-1)^n \cdot \frac{1}{n} \right\rangle$ (B) $\left\langle \left(\frac{3}{2} \right)^n \right\rangle$ (C) $\langle 0 \rangle$ (D) $\left\langle (-1)^n \cdot \frac{n}{n+1} \right\rangle$ (E) $\langle 3 \cdot (-0.9)^n \rangle$ 。
- () 方程式 $\sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2} + \sqrt{(x-4)^2 + (y-1)^2} = 10$ 所代表的圖形之基本要素，下列哪些選項是正確的？
(A) 中心坐標為 $(3, 1)$ (B) 短軸長為 8 (C) 長軸方程式為 $x=3$ (D) $(1, -3)$ 為頂點之一 (E) $(-4, 1)$ 為頂點之一。
- () 已知橢圓方程式為 $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{25} = 1$ ，則下列何者正確？
(A) 中心為 $(3, 2)$ (B) 長軸長為 6 (C) 焦點為 $(3, 6)$ 、 $(3, -2)$ (D) 短軸頂點為 $(0, 2)$ 、 $(6, 2)$ (E) $(4, 1)$ 在橢圓上。
- () 下面五個雙曲線中，何者是等軸雙曲線？
(A) $x^2 - y^2 = 1$ (B) $4x^2 - 3y^2 = 1$ (C) $-5x^2 + 5y^2 = 15$ (D) $-3x^2 + 3y^2 = -12$ (E) $5x^2 - 3y^2 = 2$ 。

7. () 設雙曲線方程式為 $|\sqrt{(x-10)^2+(y+1)^2}-\sqrt{x^2+(y+1)^2}|=6$ ，此雙曲線的相關要素有哪些選項是正確的？
(A) 焦點坐標為 $(10, -1)$ ， $(0, -1)$ (B) 實軸長 6 (C) 共軛軸長 8 (D) 實軸所在直線方程式為 $x=5$
(E) 共軛軸所在直線方程式為 $y=-1$ 。

8. () 方程式 $4x^2-y^2+8x+4y+4=0$ 所代表的圖形之基本要素，下列哪些選項是正確的？

- (A) 中心坐標為 $(-1, -2)$ (B) 圖形上任一點 P 到兩焦點距離差的絕對值為 4 (C) 共軛軸方程式為 $y=2$
(D) 焦點為 $(-1, 2\pm\sqrt{5})$ (E) 兩漸近線方程式為 $x-2y-3=0$ ， $x+2y+5=0$ 。

9. () 雙曲線 $4x^2-y^2-8x-4y-16=0$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A) 中心為 $(1, -2)$ (B) 頂點為 $(1, 2)$ 與 $(1, -6)$ (C) 焦點為 $(1\pm 2\sqrt{5}, -2)$ (D) 共軛軸長為 4 (E) 漸近線方程式為 $2x+y=0$ 與 $2x-y-4=0$ 。

10. () 已知雙曲線 Γ 的兩條漸近線為 $2x+y-1=0$ ， $2x-y=3$ ，且 Γ 通過點 $(1, 3)$ 。試問下列敘述哪些是正確的？

- (A) Γ 的兩條漸近線互相垂直 (B) 中心坐標為 $(1, -1)$ (C) Γ 的共軛軸在直線 $x=1$ 上 (D) 點 $(1, -5)$ 為 Γ 的一個頂點 (E) 此雙曲線兩焦點的距離為 $4\sqrt{5}$ 。

※ 填充題 (每題 5 分，共 20 分)

1. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2+2n+1}{n-1} - an - b \right) = 0$ ，則數對 $(a, b) =$ ①_____。

2. 若數列 $\left\langle \frac{(1+x)^n}{2^{n-2}} \right\rangle$ 收斂，則 x 之範圍為 ②_____。

3. 設 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2+bn+7}{2n-5} = 3$ ，則數對 $(a, b) =$ ③_____。

4. 若數列 $\langle x(x-1)^n \rangle$ 收斂，求實數 x 的範圍為 ④_____。

高雄市立鼓山高中 114 學年度 下學期 第一次月考 高三數學甲 答案卷

班 座號：_____ 姓名：_____ 分數：_____

※記得用黑筆或藍筆寫答案，否則全卷扣 5 分

※ 單選題 (每題 4 分，共 20 分)

1	2	3	4	5

※ 多重選擇題 (答錯 1 個選項半對，答錯 2 個以上選項則不給分)

答對題數

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10 分	18 分	26 分	34 分	40 分	46 分	52 分	56 分	58 分	60 分

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

※ 填充題 (每題 5 分，共 20 分)

①	②	③	④

高雄市立鼓山高中 114 學年度 下學期 第一次月考 高三數學乙 試題卷

- 班 座號：_____ 姓名：_____
1. 記得用黑筆或藍筆寫答案，否則全卷扣 5 分
 2. 計算題請詳細列式，否則不予給分

一、填充題

答對題數

1	2	3	4	5	6	7	8
10 分	18 分	26 分	34 分	39 分	44 分	48 分	52 分

1. 在 $x=4$ 附近，已知 $5x-4 \leq f(x) \leq 2^x$ ，則 $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) =$ ①_____。
 2. 數列 $\langle (3x-2)^n \rangle$ 為收斂數列，求 x 的範圍為 ②_____。
 3. 若函數 $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \leq 2 \\ ax^2, & x > 2 \end{cases}$ 在 R 上是連續函數，求實數 a 的值為 ③_____。
 4. 已知一無窮等比級數的和為 $\frac{9}{5}$ ，第二項為 -2 ，求公比為 ④_____。
 5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{2x^2-x-6} =$ ⑤_____。
 6. 若級數 $-5-2+1+\dots+28$ 可以表示為 $\sum_{k=1}^{12} a_k$ ，則 $a_k =$ ⑥_____。
 7. 設 $f(x) = 3x$ ， $g(x) = x-6$ ，且 $f(k(x)) = g(x)$ ，則 $k(x) =$ ⑦_____。
 8. 設 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列，首項 a_1 ，公比 $r > 0$ ， $a_2 = 2$ ， $a_{10} = 64$ ，試求 $a_6 =$ ⑧_____。
- 二、計算題 (每題 6 分，共 48 分)
1. 若函數 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 4 \\ 0, & x < 4 \end{cases}$ ，試利用左極限與右極限 說明 $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ 是否存在。

解：

2. 已知函數 $f(x)$ ， $g(x)$ ， $h(x)$ ，其中 $f(x) = 3x-1$ ， $g(x) = x^2+5$ ，且 $f(h(2)) = g(3)$ ，求 $h(2)$ 之值。

解：

3. 已知 $\sum_{k=1}^{20} a_k = 35$ ， $\sum_{k=1}^{20} b_k = -15$ ，求 $\sum_{k=1}^{20} (-a_k + b_k + 20)$ 之值。

解：

4. 求下列函數的定義域：

(1) $f(x) = \frac{1}{x+2}$ 。(3 分)

(2) $g(x) = \sqrt{x^2-4}$ 。(3 分)

解：

5. 判斷下列各數列是否收斂：請敘述理由即可，否則不予給分。

(1) $\left\langle \left(\frac{5}{4} \right)^n \right\rangle$ 。(3 分)

(2) $\langle (-0.6)^n \rangle$ 。(3 分)

解：

6. 設 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 5$ ，已知 $f(x) = 0$ 有三個根，試判斷 $f(x) = 0$ 在哪些連續整數之間有實根？

解：

7. 已知 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+ax-6}{x-2}$ 存在，求 ①實數 a (3 分) 及 ②此極限的值 (3 分)。

解：

8. 若函數 $f(x)$ 的定義為 $f(x) = \begin{cases} x, & x < -1 \\ x^2-2, & x \geq -1 \end{cases}$ 。試問 $f(x)$ 在 $x=-1$ 處是否連續？

解：

班 座號： _____ 姓名： _____ 分數： _____

1. 記得用黑筆或藍筆寫答案，否則全卷扣 5 分
2. 計算題請詳細列式，否則不予給分

一、填充題

答對題數

1	2	3	4	5	6	7	8
10 分	18 分	26 分	34 分	39 分	44 分	48 分	52 分

填充題答案

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧

二、計算題 (每題 6 分，共 48 分)

1. 若函數 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 4 \\ 0, & x < 4 \end{cases}$ ，試利用左極限與右極限說明 $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ 是否存在。

解：

2. 已知函數 $f(x)$ ， $g(x)$ ， $h(x)$ ，其中 $f(x) = 3x - 1$ ， $g(x) = x^2 + 5$ ，且 $f(h(2)) = g(3)$ ，求 $h(2)$ 之值。

解：

3. 已知 $\sum_{k=1}^{20} a_k = 35$ ， $\sum_{k=1}^{20} b_k = -15$ ，求 $\sum_{k=1}^{20} (-a_k + b_k + 20)$ 之值。

解：

4. 求下列函數的定義域：

(1) $f(x) = \frac{1}{x+2}$ 。(3 分)

(2) $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ 。(3 分)

解：

5. 判斷下列各數列是否收斂：請敘述理由即可，否則不予給分。

(1) $\left\langle \left(\frac{5}{4} \right)^n \right\rangle$ 。 (3分)

(2) $\langle (-0.6)^n \rangle$ 。 (3分)

解：

6. 設 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 5$ ，已知 $f(x) = 0$ 有三個根，試判斷 $f(x) = 0$ 在哪些連續整數之間有實根？

解：

7. 已知 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax - 6}{x - 2}$ 存在，求①實數 a (3分) 及②此極限的值 (3分)。

解：

8. 若函數 $f(x)$ 的定義為 $f(x) = \begin{cases} x, & x < -1 \\ x^2 - 2, & x \geq -1 \end{cases}$ 。試問 $f(x)$ 在 $x = -1$ 處是否連續？

解：