

高雄市立鼓山高中 114 學年度 第二學期 期末考 高一數學 題目卷

____ 年 ____ 班 ____ 號 姓名 _____

注意：1.答案要化為最簡分數或最簡根式才給分。

2.請使用藍色或黑色墨水的筆在答案卷上作答。

一. 選擇題(每題 4 分, 共 12 分)

1. 設 $\cos 100^\circ = k$, 若以 k 表示 $\tan 260^\circ$ 為下列哪一個選項? (單選)

(A) $\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$ (B) $\frac{\sqrt{1-k^2}}{-k}$ (C) $\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$ (D) $\frac{-k}{\sqrt{1-k^2}}$ (E) $\sqrt{1-k^2}$.

2. 下列角度皆為標準位置角, 試問哪些角度與 -150° 為同界角? (多選)

(A) 150° (B) 210° (C) -510° (D) 570° (E) -570°

3. 在極坐標平面上, 有極點 O 及兩點 $A[4, 30^\circ]$, $B[6, 150^\circ]$, 下列哪些選項正確? (多選)

(A) A 的直角坐標為 $(2, 2\sqrt{3})$

(B) B 的直角坐標為 $(-3\sqrt{3}, 3)$

(C) $\triangle ABO$ 的面積為 $4\sqrt{3}$

(D) $\overline{AB} = 2\sqrt{19}$

(E) 若有一點 D , 其直角坐標為 $(-2, -2)$, 則其極坐標為 $[2\sqrt{2}, 45^\circ]$

二. 填充題(共 88 分)

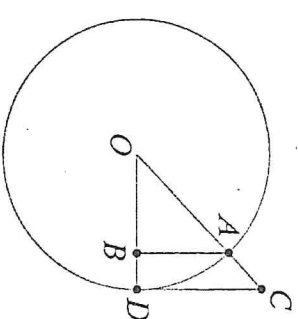
1. 設一袋中有大小相同的紅球 4 個, 黑球 5 個, 綠球 3 個, 同時自袋中任取兩球, 若假設每一球被取中的機會均等, 則取出兩球為異色的機率為 _____.

2. 某工廠 20 個產品中有 4 個為不良品. 今由此 20 個產品中任取 3 個, 假設每個產品被抽中的機會均等, 則至少抽到一個不良品的機率為 _____.

3. 擲一枚均勻的硬幣 8 次，恰在第 8 次出現第 3 個正面的機率為 _____。
4. 擲一顆公正的骰子三次，依次得點數為 a, b, c ，則 $a < b < c$ 的機率為 _____。
5. 甲、乙、丙三個好朋友，至少有兩人在同一個月分（不考慮年分）出生的機率為 _____。
6. 盒中有編號 1~9 的九個球，今自盒中取 4 球，則此 4 球之號碼中第二大數目為 6 的機率為 _____。
7. 從一副撲克牌的 52 張中抽出兩張，已知每張被抽出的機會均等，則兩張是同花色的機率為 _____。
8. 過年時，姍姍和爸爸約定，從有 3 個藍球，5 個紅球，共 8 個球的袋中拿出一球，已知每球被取得的機會均等，若取得藍球，則可得 2000 元壓歲錢，若取得紅球，則只得 600 元，則姍姍壓歲錢的期望值為 _____ 元。
9. 求 (1) $\sqrt{3} \tan 30^\circ + \sqrt{2} \sin 45^\circ + \cos 60^\circ =$ _____。
(2) $\cos 120^\circ \sin 150^\circ + \cos 180^\circ \tan 45^\circ =$ _____。
10. 設 $P(-3, 4)$ 為標準位置角 θ 終邊上的一點，則 $\frac{2 \cos \theta + 3}{3 \sin \theta - 2} =$ _____。

11. 如右圖，設圓 O 之半徑為 24， $\overline{OC} = 26$ ， $\overline{OC}$ 交圓 O 於 A 點， $\overline{CD}$ 切圓 O 於 D 點，

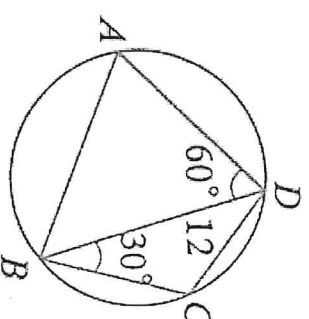
B 為 A 點到 $\overline{OD}$ 的垂足，則 $\overline{AB} =$ _____。



12. 一建築物高 20 公尺，站在頂端看另一高塔頂端的仰角為 α ，底端的俯角為 β ，若 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ，

$\cos \beta = \frac{12}{13}$ ，則另一高塔的高度為 _____ 公尺。

13. 如右圖，已知 $ABCD$ 為圓內接四邊形，若 $\angle DBC = 30^\circ$ ， $\angle ADB = 60^\circ$ ，且 $\overline{CD} = 12$ ，則 $\overline{AB}$ 的長度 = _____。



14. 圓內接四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CD} = 9$ ， $\overline{DA} = 10$ ，求：

- (1) $\overline{AC}$ 的長 = _____。
- (2) $\angle B$ 的度數 = _____。
- (3) 四邊形 $ABCD$ 的面積為 _____。

15. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 75^\circ$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ ，試求

- (1) $\overline{AB}$ 長 = _____。
- (2) $\triangle ABC$ 的面積 = _____。
- (3) $\triangle ABC$ 的外接圓面積 = _____。

高雄市立鼓山高中 114 學年度 第二學期 期末考 高一數學 答案卷

____ 年 ____ 班 ____ 號 姓名 _____

注意：1.答案要化為最簡分數或最簡根式才給分。

2.請使用藍色或黑色墨水的筆在答案卷上作答。

一. 選擇題(每題 4 分, 共 12 分)

1.	2.	3.

二. 填充題(共 88 分)

1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9(1)	9(2)
10.	11.	12.	13.	14(1)
14(2)	14(3)	15(1)	15(2)	15(3)

填充題配分

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
分數	5	10	15	20	25	30	35	40	44	48

格數	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
分數	52	56	60	64	68	72	76	80	84	88

考試範圍：數學 A (單元 8 ~ 單元 10)

科目代碼：

座號：

姓名：

注意：1. 請使用 **藍色或黑色墨水**的筆在答案卷上作答，違反此規定扣 5 分。試卷共 3 頁。

2. 答案要化為**最簡式**，如：不能以 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 作答，必須有理化為 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ； $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ ， $2^2 = 4$ ， $\sqrt{16} = 4$ 作答。

一、是非題：每題 2 分，共 14 分。(正確請寫 0，錯誤請寫 X)

1. _____ $A + B = B + A$
2. _____ $AB = BA$
3. _____ $(AB)C = A(BC)$
4. _____ $A(B + C) = BA + CA$
5. _____ $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$
6. _____ $(ABC)^{-1} = A^{-1}B^{-1}C^{-1}$
7. _____ 若 $\det(A) \neq 0$ ，且 $AB = AC$ ，則 $B = C$

二、多選題：每題 5 分，共 20 分；答錯 1 個選項得 3 分，答錯 2 個選項得 1 分，答錯 3 個 (含) 選項以上或未作答得 0 分。

1. () 已知 a, b, c, d 為實數， A, B 為二階方陣， O 為二階零矩陣， I 為二階單位方陣，下列敘述何者正確？

(A) 若 $AB = O$ ，則 $BA = O$ (B) 若 $AB = O$ ，則 $A = O$ 或 $B = O$ (C) 若 $AB = I$ ，則 $BA = I$

(D) 若 $A^2 = I$ ，則 $A = I$ 或 $A = -I$ (E) $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 滿足 $ad - bc \neq 0$ ，若 $AB = AC$ ，則 $B = C$
2. () 某市區及郊區人口每年遷移狀況為：住市區的人有 90% 留在市區，有 10% 搬到郊區；住郊區的人有 80% 留在郊區，有 20% 搬到市區。已知市區與郊區今年人口數各佔 80%，20%，則下列敘述何者正確？

(A) 一年後市區人口數佔 76% (B) 一年後市區人口數佔 88% (C) 兩年後郊區人口數佔 34.7%

(D) 若轉移矩陣以 $A = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{bmatrix}$ 表示，今年人口分布以矩陣 $X_0 = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.2 \end{bmatrix}$ 表示，則三年後人口分布矩陣 $X_3 = A^3 X_0$

(E) 若市區與郊區人口總數 450 萬，長期而言，穩定狀態下市區人口數約為 400 萬。

3. () 下列哪些二階方陣可以使 ΔABC 經該方陣變換後面積保持不變？

- (A) $\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

4. () 下列矩陣所對應的三元一次方程組，哪些有無限多組解？

- (A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

三、 填空题： 每題 6 分， 共 66 分。

1. 設 a, b 為實數， 若 $\begin{cases} x - y - 2z = 3 \\ x + y + z = 1 \\ 5x + y + az = b \end{cases}$ 有無限多組解， 求 $a + b =$ _____。

2. 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$ 及 $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ 滿足 $AX = B$ 。

(1) 求 A 的反矩陣 $A^{-1} =$ _____。

(2) $x + y =$ _____。

3. 設方程式 $A = \begin{bmatrix} a & 3 \\ 1 & a - 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ 中 x, y 無解， 若 $a < 0$ ， 則 $a =$ _____。

4. 設 $O(0,0)$ 、 $A(2,1)$ ， B 點在第四象限， 使得 $\triangle OAB$ 為一個直角三角形， 其中 $\angle A$ 為直角， 且 $\overline{AO} : \overline{AB} = 1 : \sqrt{3}$ ， 則 B 點座標為_____。

5. 若 $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ 且滿足 $a_{ij} = \begin{cases} 3i - j, & i = j \\ i^2 + j, & i \neq j \end{cases}$ ， 則 $a_{13} + a_{22} =$ _____。

6. 若 $3A + 2B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ 、 $2A + B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ， 求 $B =$ _____。

7. 設 P 、 Q 、 R 為二階矩陣，若 $PQ = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ 、 $PR = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ 、 $Q + R = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$ ，求 $P =$ _____。

8. 若矩陣 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 代表的線性變換為『先以原點為中心，沿 x 軸方向伸縮 4 倍、沿 y 軸方向伸縮 2 倍』，再『沿 x 軸方向推移 y 座標的 $\frac{3}{2}$ 倍』，則矩陣 $A =$ _____。

9. 二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 0.3 & b \\ a & c \end{bmatrix}$ 為轉移矩陣且 $A^2 = \begin{bmatrix} p & q \\ 0.35 & r \end{bmatrix}$ ，則數對 $(b, r) =$ _____。

10. 小明使用高斯消去法，在紙上解三元一次方程式如下 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & a & 11 \\ 2 & b & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 & c \end{bmatrix}$ 做列運算得到 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ 則 $a + b + c =$ _____。

11. 設 $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ ，將直線 $L: 2x + 3y - 6 = 0$ 經 A 變換後的直線 L' 的方程式為 _____。

高雄市立鼓山高中 114 學年度第二學期第三次段考《高二》數學科作答卷

(數 A)

注意：1. 請使用藍色或黑色墨水的筆在答案卷上作答，違反此規定扣 5 分。試卷共 3 頁。

2. 答案要化為最簡式，如：不能以 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 作答，必須有理化為 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ； $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ ， $2^2 = 4$ ， $\sqrt{16} = 4$ 作答。

____年____班____號 姓名____

一、是非題(每題 2 分)：

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
----	----	----	----	----	----	----

二、多選題(每題 5 分)：

1.	2.	3.	4.
----	----	----	----

三、填空題(每題 6 分)：

1.	2.(1) (3分)	2.(2) (3分)	3.
4.	5.	6.	7.
8.	9.	10.	11.

考試範圍：數學 B (單元 6 ~ 單元 8)

科目代碼：

座號：

姓名：

注意：1. 請使用藍色或黑色墨水的筆在答案卷上作答，違反此規定扣 5 分。試卷共 3 頁。

2. 答案要化為最簡式，如：不能以 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 作答，必須有理化為 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ； $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ ， $2^2 = 4$ ， $\sqrt{16} = 4$ 作答。

一、是非題：每題 2 分，共 8 分。(正確請寫 0，錯誤請寫 X)

1. _____ $AB = BA$
2. _____ $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$
3. _____ $(ABC)^{-1} = A^{-1}B^{-1}C^{-1}$
4. _____ 若 $\det(A) \neq 0$ ，且 $AB = AC$ ，則 $B = C$

二、多選題：每題 6 分，共 12 分；答錯 1 個選項得 3 分，答錯 2 個選項得 1 分，答錯 3 個 (含) 選項以上或未作答得 0 分。

1. () 已知 a, b, c, d 為實數， A, B 為二階方陣， O 為二階零矩陣， I 為二階單位方陣，下列敘述何者正確？
 - (A) 若 $AB = O$ ，則 $BA = O$
 - (B) 若 $AB = O$ ，則 $A = O$ 或 $B = O$
 - (C) 若 $AB = I$ ，則 $BA = I$
 - (D) 若 $A^2 = I$ ，則 $A = I$ 或 $A = -I$
 - (E) $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 滿足 $ad - bc \neq 0$ ，若 $AB = AC$ ，則 $B = C$

2. () 下列哪些二階方陣可以使 ΔABC 經該方陣變換後面積保持不變？

- (A) $\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$
- (B) $\begin{bmatrix} \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \end{bmatrix}$
- (C) $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$
- (D) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
- (E) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

三、填充題：每格 5 分，共 80 分。

1. 已知矩陣 $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ ，且第 (i, j) 元 $a_{ij} = i^2 + 3j$ ，求矩陣 $A =$ _____。

2. 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$ 及 $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ 滿足 $AX = B$ 。

(1) 求 A 的反矩陣 $A^{-1} =$ _____。

(2) $x + y =$ _____。

3. 設方程式 $A = \begin{bmatrix} a & 3 \\ 1 & a-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ 中 x, y 無解，若 $a < 0$ ，則 $a =$ _____。

4. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 7 \\ -2 & -7 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 3 & -5 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ 滿足 $3(X+B) = X-A$ ，則 $X =$ _____。

5. 若 $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ 且滿足 $a_{ij} = \begin{cases} 3i-j, & i=j \\ i^2+j, & i \neq j \end{cases}$ ，則 $a_{13} + a_{22} =$ _____。

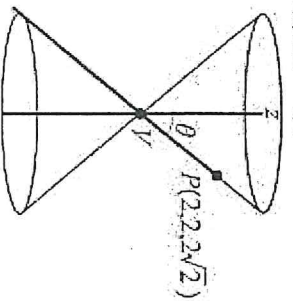
6. 若 $3A + 2B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ 、 $2A + B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ，求 $B =$ _____。

7. 設 P 、 Q 、 R 為二階矩陣，若 $PQ = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ 、 $PR = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ 、 $Q+R = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$ ，求 $P =$ _____。

8. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 21 & 35 \\ 7 & 14 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 121 & -11 \\ -66 & 0 \end{bmatrix}$ ，則 $AB =$ _____。

9. 設 $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$ ， $P = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ ，若 $A = PBP^{-1}$ ，則
 (1) $B =$ _____。
 (2) $B^5 =$ _____。

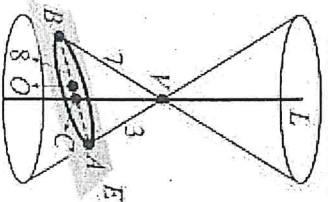
10. 圖為坐標空間中的一直圓錐面，已知頂點 V 為原點 $(0,0,0)$ ，直圓錐面的軸為 z 軸。已知 $P(2,2,2\sqrt{2})$ 在直圓錐面的一條母線上，求



(1) P 點在 z 軸上的投影點 P' 坐標為_____。

(2) 通過 P 點的母線與 z 軸的銳夾角 $\theta =$ _____。

11. 如圖，已知空間中一平面 E 與直圓錐面截出一橢圓，且橢圓上距離頂點最近距離 $\overline{VA} = 3$ ，最遠距離 $\overline{VB} = 7$ ，橢圓中心為點 O ，橢圓長軸長 $\overline{AB} = 8$ 。若軸 L 與平面 E 交於點 C ，則 $\overline{VC} =$ _____。



12. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 8 & -5 \\ a & b \end{bmatrix}$ 滿足 $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ ，其中 a 、 b 為實數，則數對 $(a,b) =$ _____。

13. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ 及 $C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ 滿足 $BXA = C$ ，則 $X =$ _____。

高雄市立鼓山高中 114 學年度第二學期第三次段考《高二》數學科作答卷

(數 B)

注意：1. 請使用藍色或黑色墨水的筆在答案卷上作答，違反此規定扣 5 分。試卷共 3 頁。

2. 答案要化為最簡式，如：不能以 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 作答，必須有理化為 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ； $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ ， $2^2 = 4$ ， $\sqrt{16} = 4$ 作答。

年 班 號 姓名

一、是非題(每題 2 分)：

1.	2.	3.	4.

二、多選題(每題 6 分)：

1.	2.

三、填空题(每格 5 分)：

1.	2. (1)	2. (2) (3 分)	3.
4.	5.	6.	7.
8.	9. (1)	9. (2)	10. (1)
10. (2)	11.	12.	13.