

高雄市立鼓山高中 108 學年度第二學期第三次段考《高一》數學科試題卷

考試範圍：3-4 機率 ~ 4-3 三角比的性質

____ 年 ____ 班 ____ 號 姓名：_____

※ 請將答案直接填入答案卷 ※

參考公式： $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

一、單一選擇題(每題4分，共計8分)

1. 已知兩個直角三角形三邊長分別為3,4,5、5,12,13， α, β 分別為它們的一角，如下圖所示。試選出正確的選項。

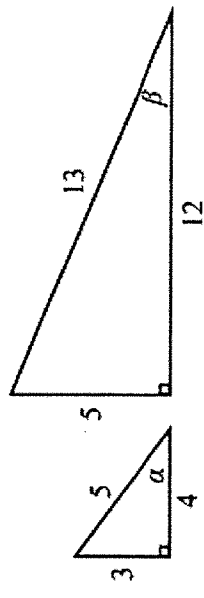
(A) $\tan \alpha > \cos \beta > \sin 30^\circ$

(B) $\tan \alpha > \sin 30^\circ > \cos \beta$

(C) $\cos \beta > \tan \alpha > \sin 30^\circ$

(D) $\cos \beta > \sin 30^\circ > \tan \alpha$

(E) $\sin 30^\circ > \tan \alpha > \cos \beta$



2. 箱中有三顆紅球與三顆白球。某摸彩遊戲是從箱中隨機同時抽出兩顆球。如果抽出的兩球顏色不同，則得獎金100元；

如果兩球顏色相同，則無獎金。請問此遊戲獎金的期望值為何？

(A) 20 元

(B) 25 元

(C) 40 元

(D) 50 元

(E) 60 元

二、多重選擇題(每題6分，答錯一個選項得4分，答錯二個選項得2分，其餘0分，共計18分)

1. 袋中有6顆大小相同的球，其中2顆紅球，4顆白球。今從袋中取球，並觀察球的顏色。試選出正確的選項。

(A) 一次取一球，取兩次，取後不放回，則取到一紅球、一白球的機率為 $\frac{4}{15}$

(B) 一次取一球，取兩次，取後不放回，則第一次取得紅球、第二次取得白球的機率為 $\frac{4}{15}$

(C) 一次取一球，取後不放回，則紅球先取完的機率為 $\frac{1}{3}$

(D) 一次取兩球，則取到一紅球、一白球的機率為 $\frac{8}{15}$

(E) 一次取兩球，則取到至少一顆紅球的機率為 $\frac{3}{5}$

2. 設 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ 分別為第一、第二、第三、第四象限角，且都介於 0° 與 360° 之間。

已知 $|\cos \theta_1| = |\cos \theta_2| = |\cos \theta_3| = |\cos \theta_4| = \frac{1}{3}$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A) $\theta_1 > 60^\circ$
- (B) $\theta_1 + \theta_2 = 180^\circ$
- (C) $\theta_1 + \theta_4 = \theta_2 + \theta_3$
- (D) $\cos \theta_2 = \frac{1}{3}$
- (E) $\sin \theta_4 = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

3. 駕駛在座位上的位置及高度會影響他能看見的前方視野。我們可以畫一條視線找出司機的視野。

視線是一條從司機眼睛通過車身前緣延伸至地面的假想線，在視線下方的區域是司機的盲點（即司機看不到的地方）。

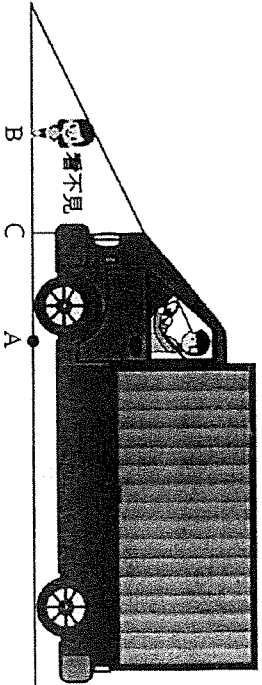
已知這輛貨車司機的眼睛位於地平面 A 點正上方 150 公分，司機的視線與水平線夾 $18^\circ 25'$ ，若某位身高 100 公分的

幼童，站在貨車前方地平面 B 點處，且車頭長 $\overline{AC}$ 為 80 公分（如下圖），關於地面上水平距離 $\overline{BC}$ 的選項，

請選出司機是看不到幼童的選項。

（參考數值： $\sin 18^\circ 25' \approx 0.3168$ ， $\cos 18^\circ 25' \approx 0.9487$ ， $\tan 18^\circ 25' \approx 0.3330$ ）

- (A) 55 公分
- (B) 65 公分
- (C) 75 公分
- (D) 85 公分
- (E) 95 公分



三、填充題（配分詳見配分表，共計 64 分）

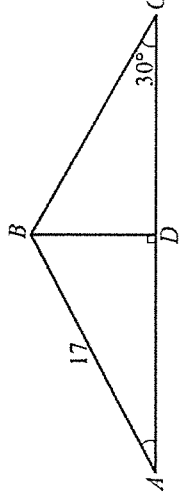
1. 試求 2020° 的最小正同界角 θ ，使得 $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ 。

2. 已知點 $P(k, 4)$ 為標準位置角 θ 終邊上一點，若 $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ ，試求 $\tan \theta$ 。

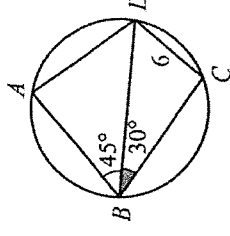
3. 試求 $(\sin^2 15^\circ + \sqrt{3} \tan 30^\circ - \sqrt{2} \cos 45^\circ + \sin^2 75^\circ) + (\cos 330^\circ \tan 210^\circ + \sin(-300^\circ) \tan(-60^\circ))$ 。

4. 設 O 為原點， A 點的極坐標為 $[6, 30^\circ]$ ， B 點的極坐標為 $[8, 150^\circ]$ ，試求 $\triangle AOB$ 的面積。

5. 如右圖所示， $\triangle ABC$ 中， $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ 於 D 點，已知 $\overline{AB} = 17$ ， $\sin A = \frac{8}{17}$ 且 $\angle C = 30^\circ$ ，求 $\overline{BC}$ 長度。

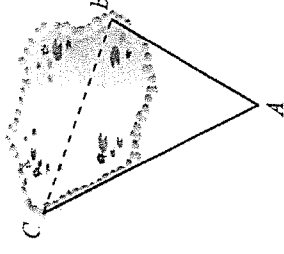


6. 如右圖所示， $ABCD$ 為圓內接四邊形，若 $\angle DBC = 30^\circ$ ， $\angle ABD = 45^\circ$ ， $\overline{CD} = 6$ ，試求線段 $\overline{AD}$ 之長。



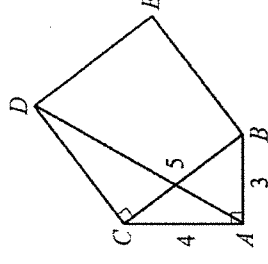
7. 如右圖所示，設鼓鼓今站在 A 點處，點 B, C 為一池塘的兩端點。已知鼓鼓測得 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 8$ 且 $\angle CAB = 60^\circ$ ，

試問此池塘的寬度 $\overline{BC}$ 長。



8. 如右圖所示，設直角三角形 ABC 之三邊長為 $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{BC} = 5$ 、 $\overline{CA} = 4$ 。今以斜邊 $\overline{BC}$ 為一邊向外作出正方形 $BCDE$ ，

令 $\angle ACD = \theta$ ，試求：① $\cos \theta$ ② $\overline{AD}$ 。



9. 某次考試單一選擇題中有 5 個選項，答對該題得 4 分，答錯倒扣 x 分。若考生從 5 個選項中隨機猜答，

使得該題得分的期望值為 0 分，試求 x 值。

10. 袋中有 9 顆球，編號分別為 1~9 號，從袋中一次取 3 顆球，假設每顆球被取中的機會均等，試求取出的球號碼乘積為偶數的機率。

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

11. 將 1~25 的正整數填入 5×5 的空格中，如右圖。今從中任取兩個數，假設每個數被取到的機會均等，試求此二數不在同一列也不在同一行的機率。

四、計算題(共計 10 分) ※請將計算過程直接填寫在答案卷上

《數書九章》是南宋數學家秦九韶的代表作，其中的大衍求一術和秦九韶算法都是有世界意義的重要貢獻。在幾何方面，秦九韶的一項傑出成果是「三斜求積術」，即已知三角形三邊長求其面積的公式。此問題位於《數書九章》卷五-田域類的第二題。敘述如下：

問：沙田一段有三斜，其小斜一十三里，中斜一十四里，大斜一十五里。……欲知為田幾何？

術曰：以少廣求之。以小斜幂，併大斜幂，減中斜幂，逾半之，自乘於上；以小斜幂乘大斜幂，減上，餘四約之，為實；一為從隅，開平方得積。

秦九韶所提的問題簡譯為：「一田地有三邊，小邊長 13 里，中邊長 14 里，大邊長 15 里，問田地的面積為多少？」

若將小斜記為 a ，中斜記為 b ，大斜記為 c ，則秦九韶的算法簡記為

$$\text{面積} = \sqrt{\frac{1}{4} \left[a^2 c^2 - \left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2} \right)^2 \right]}$$
……(*)。

(1) 試利用上述秦九韶的公式(*)計算出田地的面積。(4 分)

(2) 請以課程內所學過的其他方法，試計算出田地的面積。(6 分)

高雄市立鼓山高中 108 學年度第二學期第三次段考《高一》數學科答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單一選擇題（每題 4 分，共計 8 分）

1	2
---	---

二、多重選擇題(每題 6 分，答錯一個選項得 4 分，答錯二個選項得 2 分，其餘 0 分，共計 18 分)

1	2	3
---	---	---

三、填充題（配分詳見配分表，共計 64 分）

答對數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	0	8	16	24	30	36	42	48	52	56	60	62	64

1	2	3	4	5	6	6
7	8-①	8-②	9	10	11	11

四、計算題(請列出詳細的計算過程，共計 10 分)

(1) 4 分	(2) 6 分
---------	---------

*務必把答案寫在答案卷上,否則不予計分

一.單選題

1. 在坐標平面上,橢圓 $x^2 + 4y^2 + 8x - ky - 5 = 0$ 的圖形對稱於直線 $y = 2$,則 k 值為何?

- (A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 16 (E) 20

2. 坐標平面上,拋物線 $(y - 1)^2 = x + 1$ 與 $(x - 1)^2 = y + 1$ 有幾個交點?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

二.多重選擇題(至少有一個正確答案)

1. 考慮坐標平面上滿足 $\sqrt{(x-2)^2 + y^2} + \sqrt{(x-2)^2 + (y+4)^2} = 6$ 的點 (x, y) 所成的圖形,下列敘述哪些正確?

(A) 此圖形為一橢圓 (B) 此圖形為一雙曲線 (C) 此圖形的中心在 $(2, -2)$

(D) 此圖形對稱於 $x - 2 = 0$ (E) 此圖形有一頂點 $(2, 1)$

2. 試問下列哪些選項中的二次曲線,其焦點(之一)是拋物線 $y^2 = 2x$ 的焦點?

(A) $y = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$

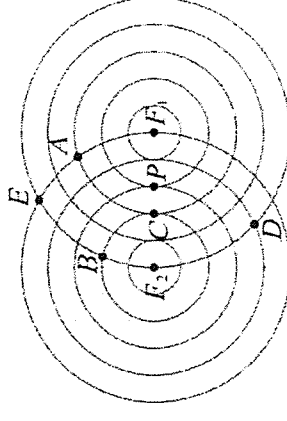
(B) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

(C) $x^2 + \frac{4y^2}{3} = 1$

(D) $8x^2 - 8y^2 = 1$

(E) $4x^2 - 4y^2 = 1$

3. 如右圖,在方格紙中有兩組同心圓,圓心分別為 F_1 與 F_2 ,若 P 點在以 F_1, F_2 為焦點的雙曲線上,試問 A, B, C, D, E 五點中,哪些點亦在此雙曲線上?



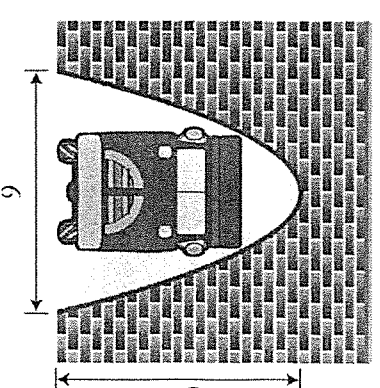
4. 關於雙曲線 $x^2 - y^2 = 1$ ，下列選項哪些正確？

- (A) 對稱於 y 軸
- (B) 對稱於直線 $x - y = 0$
- (C) 直線 $x + y = 0$ 為一漸近線
- (D) $(-2, 0)$ 及 $(2, 0)$ 為其焦點
- (E) $(-1, 0)$ 及 $(1, 0)$ 為其頂點

三. 填充題

1. 若點 P 為拋物線 $x^2 = 4y$ 上一點， P 在第一象限且 P 與焦點的距離為 5，試求 P 點坐標。

2. 有一隧道口為一拋物線形且最底部寬為 6 公尺，頂部高為 6 公尺，今有一輛貨櫃車其車寬為 3 公尺，欲通過隧道，如右圖，則貨櫃車的總高度不得超過多少公尺？



3. 已知拋物線 Γ 的方程式為 $\sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2} = |y-3|$ ，試求 Γ 的標準式

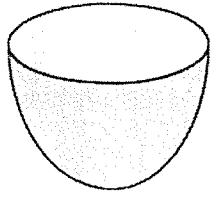
4. 已知一橢圓的兩頂點為 $(2, 1)$ ， $(2, 9)$ ，一焦點為 $(2, 8)$ ，試求此橢圓的標準式

5. 一橢圓的長軸在 $x=5$ 上，短軸在 $y=1$ 上，短軸長為長軸長的 $\frac{3}{5}$ 倍，中心到焦點的距離為 4，求此橢圓的標準式

6. 已知雙曲線 Γ 的兩漸近線方程式為 $4x-3y-1=0$ 與 $4x+3y-7=0$ ，且 Γ 通過點 $(1, 5)$ ，試求雙曲線 Γ 的標準式

7. 若已知一雙曲線的頂點與焦點分別與另一個橢圓 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ 的焦點與頂點相同，求此雙曲線的標準式

8. 如圖，汽車前燈的外形是拋物線繞軸旋轉而成的拋物面，它的縱截面之輪廓是拋物線的一部分，若燈口的直徑為8公分，燈深4公分，試求焦點與頂點的距離。



9. 若一拋物線的開口向下，且過點 $P(6, 8)$ ，焦點為原點，對稱軸為 y 軸，求此拋物線的標準式。

10. 若一橢圓兩焦點的距離 $\overline{F_1F_2}=4$ ， P, Q 在橢圓上， $\overline{PQ} \perp \overline{F_1F_2}$ 於 F_1 ，且 $\overline{PQ}=6$ ，設此橢圓的長軸長為 $2a$ ，短軸長為 $2b$ ，求數對 (a, b)

11. 設雙曲線 Γ 的兩焦點為 $(2, 3), (2, -1)$ ，且通過點 $P(5, -1)$ 。求 Γ 的共軛雙曲線標準式

四.計算作圖題

1. 就雙曲線： $9x^2 - 4y^2 - 18x + 16y - 43 = 0$

(1)將其化成標準式

(2)求中心坐標、焦點坐標、頂點坐標、漸近線方程式。並將其作圖,且在圖上標示出

班級: _____ 姓名: _____ 座號: _____

一.單選題:每題 4 分

1	2
---	---

二. 多重選擇題(至少有一個正確答案)每題 6 分,錯一個 4 分,錯 2 個 2 分.

1	2	3	4
---	---	---	---

三. 填充題

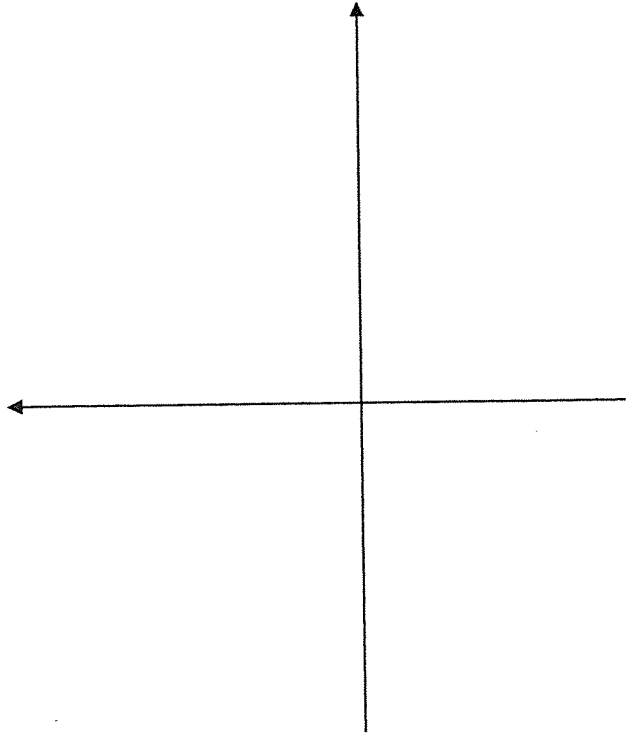
答對 格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
分數	6	12	18	24	30	34	38	42	46	50	54

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	6
7	8	9	10	11							

四.計算作圖題(請寫出正確的計算過程,否則不予計分)

1. 就雙曲線: $9x^2 - 4y^2 - 18x + 16y - 43 = 0$
(1)將其化成標準式

- (2) 求中心坐標、焦點坐標、頂點坐標、漸近線方程式。並將其作圖,且在圖上標示出



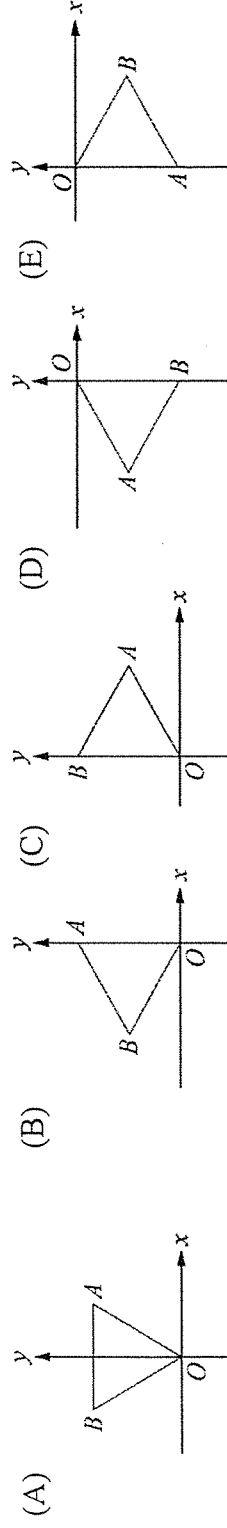
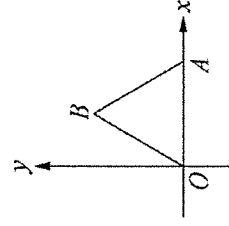
*務必把答案寫在答案卷上,否則不予計分

一.單選題

1. 如圖，正三角形 OAB ，請選出經矩陣

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

之線性變換後之圖形：



2. 坐標平面上，拋物線 $(y-1)^2 = x+1$ 與 $(x-1)^2 = y+1$ 有幾個交點？

(A)0 (B)1 (C)2 (D)3 (E)4

二.多重選擇題(至少有一個正確答案)

1. 考慮坐標平面上滿足 $\sqrt{(x-2)^2+y^2} + \sqrt{(x-2)^2+(y+4)^2} = 6$ 的點 (x,y) 所成的圖形，下列敘述哪些正確？
 (A)此圖形為一橢圓 (B)此圖形為一雙曲線 (C)此圖形的中心在 $(2, -2)$
 (D)此圖形對稱於 $x-2=0$ (E)此圖形有一頂點 $(2, 1)$

2. 試問下列哪些選項中的二次曲線，其焦點 (之一) 是拋物線 $y^2 = 2x$ 的焦點？

(A) $y = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$

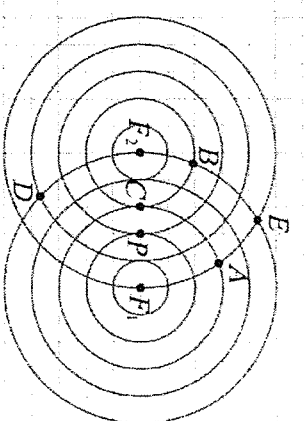
(B) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

(C) $x^2 + \frac{4y^2}{3} = 1$

(D) $8x^2 - 8y^2 = 1$

(E) $4x^2 - 4y^2 = 1$

3. 如右圖，在方格紙中有兩組同心圓，圓心分別為 F_1 與 F_2 ，若 P 點在以 F_1, F_2 為焦點的雙曲線上，試問 A, B, C, D, E 五點中，哪些點亦在此雙曲線上？



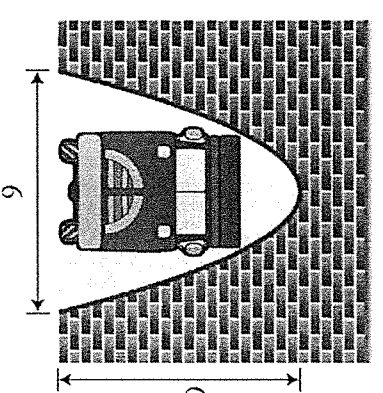
4. 關於雙曲線 $x^2 - y^2 = 1$ ，下列選項哪些正確？

- (A) 對稱於 y 軸
- (B) 對稱於直線 $x - y = 0$
- (C) 直線 $x + y = 0$ 為一漸近線
- (D) $(-2, 0)$ 及 $(2, 0)$ 為其焦點
- (E) $(-1, 0)$ 及 $(1, 0)$ 為其頂點

三. 填充題

1. 已知直線 L 的方程式為 $x - 2y + 1 = 0$ ，設直線 L 對直線 $y = x$ 的鏡射圖形為直線 L' ，試求直線 L' 的方程式

2. 有一隧道口為一拋物線形且最底部寬為 6 公尺，頂部高為 6 公尺，今有一輛貨櫃車其車寬為 3 公尺，欲通過隧道，如右圖，則貨櫃車的總高度不得超過多少公尺？



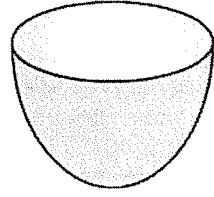
3. 已知拋物線 Γ 的方程式為 $\sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2} = |y-3|$ ，試求 Γ 的標準式

4. 已知一橢圓的兩頂點為 $(2, 1)$ ， $(2, 9)$ ，一焦點為 $(2, 8)$ ，試求此橢圓的標準式
5. 一橢圓的長軸在 $x=5$ 上，短軸在 $y=1$ 上，短軸長為長軸長的 $\frac{3}{5}$ 倍，中心到焦點的距離為 4，求此橢圓的標準式

6. 已知雙曲線 Γ 的兩漸近線方程式為 $4x-3y-1=0$ 與 $4x+3y-7=0$ ，且 Γ 通過點 $(1, 5)$ ，試求雙曲線 Γ 的標準式

7. 若已知一雙曲線的頂點與焦點分別與另一個橢圓 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ 的焦點與頂點相同，求此雙曲線的標準式

8. 如圖，汽車前燈的外形是拋物線繞軸旋轉而成的拋物面，它的縱截面之輪廓是拋物線的一部分，若燈口的直徑為 8 公分，燈深 4 公分，試求焦點與頂點的距離。



9. 若一拋物線的開口向下，且過點 $P(6, 8)$ ，焦點為原點，對稱軸為 y 軸，求此拋物線的標準式。

10. 若一橢圓兩焦點的距離 $\overline{F_1F_2}=4$, P, Q 在橢圓上, $\overline{PQ} \perp \overline{F_1F_2}$ 於 F_1 , 且 $\overline{PQ}=6$, 設此橢圓的長軸長為 $2a$, 短軸長為 $2b$, 求數對 (a, b)

11. 設雙曲線 Γ 的兩焦點為 $(2, 3), (2, -1)$, 且通過點 $P(5, -1)$ 。求 Γ 的共軛雙曲線標準式

四.計算作圖題

1. 就雙曲線: $9x^2 - 4y^2 - 18x + 16y - 43 = 0$

(1) 將其化成標準式

(2) 求中心坐標、焦點坐標、頂點坐標、漸近線方程式。並將其作圖, 且在圖上標示出

班級: _____ 姓名: _____ 座號: _____

一.單選題:每題 4 分

1	2
---	---

二. 多重選擇題(至少有一個正確答案)每題 6 分,錯一個 4 分,錯 2 個 2 分.

1	2	3	4
---	---	---	---

三. 填充題

答對 格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
分數	6	12	18	24	30	34	38	42	46	50	54

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	

四.計算作圖題(請寫出正確的計算過程,否則不予計分)

1. 就雙曲線: $9x^2 - 4y^2 - 18x + 16y - 43 = 0$
(1)將其化成標準式

- (2) 求中心坐標、焦點坐標、頂點坐標、漸近線方程式。並將其作圖,且在圖上標示出

